

3. Klassisches Wellenbild: Maxwell-Gleichungen des elektromagnetischen Felds

Schallwellen, Wasserwellen brauchen notwendig ein Medium, um existieren zu können. Dagegen breiten sich elektromagnetische Wellen im freien Raum aus.

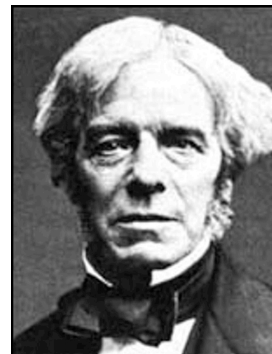
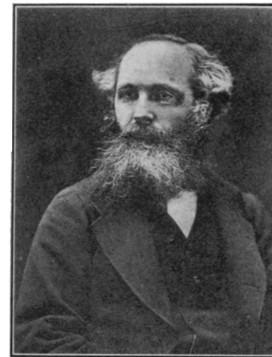
Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts hatte die Physik zum Verständnis von elektromagnetischen Wellen einen Äther vorausgesetzt, der den gesamten Raum erfüllt. Ihm wurden, neben der Unsichtbarkeit, extreme mechanische Eigenschaften zugeschrieben. Eine elektromagnetische Welle war damit eine Erregung des Äthers, die sich nach den Gesetzen der Mechanik ausbreitet, wie bei Wasserwellen, oder bei Schallwellen in einem Festkörper. Mit dem Elektromagnetismus waren schließlich alle Bereiche der Physik auf die Mechanik reduziert. Mit der universellen Erklärungsreichweite der Physik breitete sich ein mechanistisch-materialistisches Weltbild aus.

Einsteins Arbeit zur speziellen Relativitätstheorie (1905) machte die Äthervorstellung entbehrlich. Zur Etablierung eines „reinen“ Wellenbegriffs wird im Folgenden der Elektromagnetismus herangezogen.

Die klassische Wellentheorie des Lichts wurde durch **Christiaan Huygens** (1629-1695) entwickelt und auf die Optik angewandt. Sein Buch "Traité de la lumière" (Abhandlung über das Licht), 1690 fasst seine Ergebnisse zusammen.

James Clerk Maxwell (1831-1879) leitet die dynamischen Gleichungen für das elektromagnetische Feld ab. Sie vereinigen Elektrizität und Magnetismus.

Dabei spielte das elektromagnetische Induktionsgesetz eine entscheidende Rolle. Es wurde 1831 von **Michael Faraday** (1791-1867) entdeckt.



Strom und Magnetismus:

Hans Christian Oersted (1777-1851), Kopenhagen, 21. Juli 1820:

Ablenkung einer Magnetnadel durch elektrischen Strom.

Faraday (erfährt es am 1. Oktober 1820) will jetzt eine elektrische Wirkung eines Magneten finden.

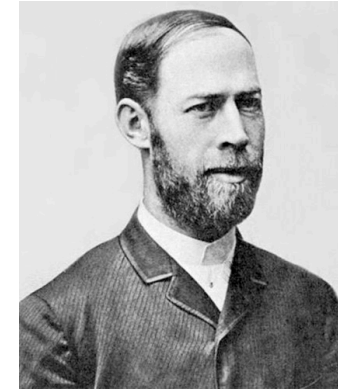
André Marie Ampère (1775-1836). Wechselwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern, Paris, 1826.

Ampère-Gesetz. Systematik für die Ablenkung der Magnetnadel durch elektrischen Strom.

Faraday, 29. August 1831 (Vortrag am 24. November 1831 in der Royal Society:

Faradaysches Induktionsgesetz.

1886 konnte **Heinrich Hertz** (1857-1894) freie elektromagnetische Wellen nachweisen. Die Wellenlängen lagen im Meterbereich. Er erzeugte sie mit einem Sender und detektierte sie mit einem Empfänger. Er wies Reflexion, Brechung, Transversalität und Polarisation nach, konnte sie fokussieren, und ihre Geschwindigkeit als Lichtgeschwindigkeit bestimmen. Radiowellen verhalten sich wie Licht.



Schlussfolgerung:

Licht und Radiowellen werden durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Sie breiten sich durch den leeren Raum aus.

3.0 Definitionen einiger elektromagnetischer Größen

Feldbegriff

Eine „Probemasse“ m_1 erfährt eine Kraft F_G in dem von der Masse m_2 erzeugten **Gravitationsfeld**. Der Abstand der beiden Massen betrage r . Es gilt das Newtonsche Gravitationsgesetz:

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Eine „Probeladung“ Q_1 erfährt eine Kraft $F_{Coulomb}$ in dem von der Ladung Q_2 erzeugten **elektrischen Feld** $E(Q_2)$. Der Abstand der beiden Ladungen betrage r . Es gilt das Coulomb-Gesetz:

$$F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = Q_1 \cdot E(Q_2)$$

Erfährt eine Probeladung q an einer Stelle im Raum eine Kraft F , dann schließen wir auf ein im Raum vorhandenes **elektrisches Feld** $E = F / q$.

Maßeinheit des elektrischen Felds: $[E] = N/C = N\ m / (C\ m) = W\ s / (A\ s\ m) = V\ A\ s / (A\ s\ m) = V/m$

Der Raum zwischen beiden Platten eines Kondensators sei mit einem homogenen elektrischen Feld E gefüllt, d sei der Abstand der Platten. Dann liegt zwischen den beiden Platten eine **Spannung** $U = E \cdot d$ an.

Die **elektrischen Feldlinien** entspringen in einem elektrischen Pluspol (+) und enden bei einem Minuspol (-). Das ist eine Konvention.

Magnetische Feldlinien

Die einfachste elektrische Konfiguration ist ein (Mono-) Pol. Demgegenüber sind magnetische Monopole nie beobachtet worden. Die einfachste magnetische Konfiguration ist ein Dipol. Beispiel: Stabmagnet, mit Nord- und Südpol. Die Richtung der magnetischen Feldlinien zeigen vom Nord- zum Südpol (Konvention).

Die Gesamtheit der von einem Pol ausgehenden magnetischen Kraftlinien wird als magnetischer Fluss bezeichnet. Die magnetische Flussdichte B (auch als Induktion bezeichnet) ist der magnetische Fluss pro Fläche (welchen er durchgreift).

Einheit der magnetischen Flussdichte: $[B] = \text{V s} / \text{m}^2 = \text{Wb} / \text{m}^2 = \text{Tesla}$

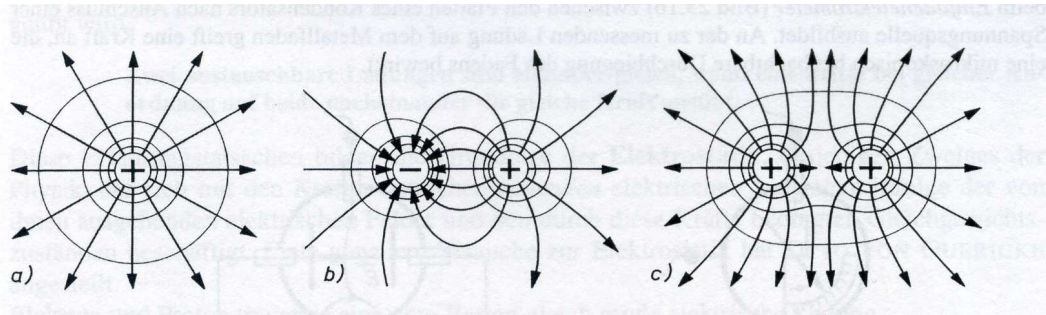
Das magnetische Feld H steht mit der magnetischen Flussdichte unmittelbar zusammen. Im Vakuum gilt:

$B = \mu_0 H$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V s} / (\text{A m})$ heißt magnetische Feldkonstante (Induktionskonstante).

Zusammenhang zwischen μ_0 , der elektrischen Feldkonstante (Influenzkonstante) ϵ_0 , und der

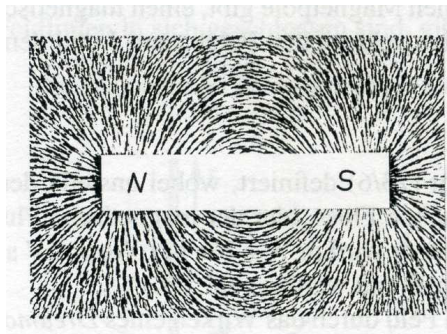
Vakuum-Lichtgeschwindigkeit $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$: $c^{-2} = \epsilon_0 \mu_0$.

Visualisierung elektrischer und magnetischer Felder durch Feldlinien, mit denen Michael Faraday den elektrischen und magnetischen Feldbegriff etablierte.

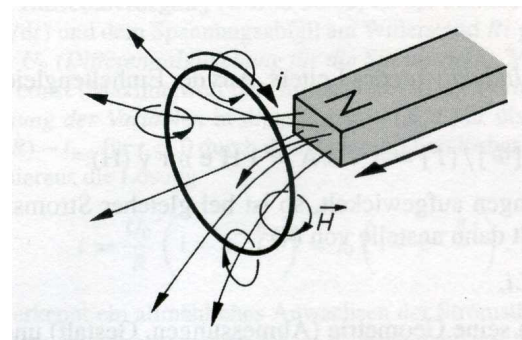


Elektrische Feldlinien. Konvention: + Pole: Quellen; - Pole: Senken

Magnetische Feldlinien. Konvention: Nordpol: Quelle; Südpol: Senke



Stabmagnet, der Eisenfeilspäne ausrichtet.



Stabmagnet bewegt sich auf Leiterschleife zu.

Abbildungen aus [19]; oben: S. 212; unten, links: S. 249, rechts, S. 265.

3.1 Elektromagnetischer Oszillator

Eine Spule mit Induktivität L und ein Kondensator mit einer Kapazität C lassen sich zu einem elektromagnetischen Schwingkreis zusammenschalten. Der elektrische Widerstand dämpft die elektromagnetischen Schwingungen im Schwingkreis.

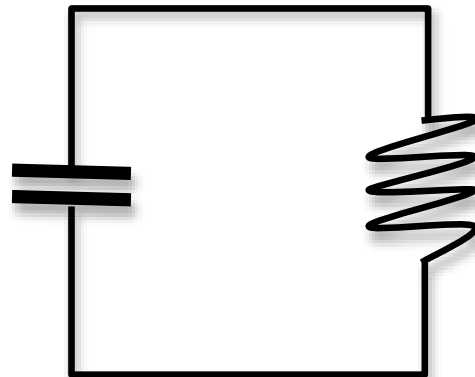
Während einer Schwingung fließt elektrischer Strom aus dem Kondensator ab und entlädt ihn. Entsprechend wird an der Spule ein magnetisches Feld aufgebaut.

Schließlich geht der Strom auf Null, wechselt seine Richtung und fließt in den Kondensator zurück. Während einer Schwingungsperiode wandelt sich elektrische Energie im Kondensator um in magnetische Energie in der Spule, und umgekehrt. **Die elektromagnetische Energie schwingt zwischen der elektrischen und magnetischen Konfiguration.**

Es gibt eine Analogie mit der mechanischen Pendelschwingung. Im mechanischen Fall schwingt Energie zwischen ihren Formen potentielle Energie (Lage-Energie) und kinetische Energie (Bewegungs-Energie). Die potentielle Energie hat ihr Maximum an den Umkehrpunkten. Dann ist die kinetische Energie 0. Am tiefsten Punkt der Bahn der schwingenden Masse ist die kinetische Energie maximal, und die potentielle Energie minimal.

Ein elektromagnetischer Oszillator ist ein harmonischer Oszillator, wie das mathematische Pendel. Ein elektromagnetischer Schwingkreis mit einer elektrischen Kapazität C und einer Selbstinduktivität L ist ein elektromagnetischer Resonator. Seine Resonanz-Kreisfrequenz ω ergibt sich durch die folgende Beziehung:

$$(14') \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \quad \text{Thomson-Gleichung}$$



Am Kondensator besteht zwischen der Spannung U_C , der Kapazität C , und der elektrischen Ladung Q die folgende Beziehung:

$$U_C = \frac{Q}{C}$$

Für eine Spule ist das **Faradaysche Induktionsgesetz** relevant:

Die induzierte Spannung U_C in einer geschlossenen Leiterschleife, die einen sich zeitlich ändernden magnetischen Fluß umschließt, ist gleich der Änderungsgeschwindigkeit des magnetischen Flusses. Entsprechend induziert ein sich ändernder Strom I an der Spule eine Spannung U_{ind} (Selbstinduktionsspannung):

$$U_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2 Q}{dt^2}; \quad I = \frac{dQ}{dt}; \quad L = \mu_0 N^2 \frac{A}{l};$$

A: Querschnittsfläche der Spule;

N: Zahl der Windungen;

l: Länge der Spule;

μ_0 : magnetische Feldkonstante.

Die gesamte Spannung im Schwingkreis ist 0:

$$U_C + U_{\text{ind}} = 0$$
$$(15) \quad \frac{1}{C} Q(t) + L \cdot \frac{d^2}{dt^2} Q(t) = 0$$

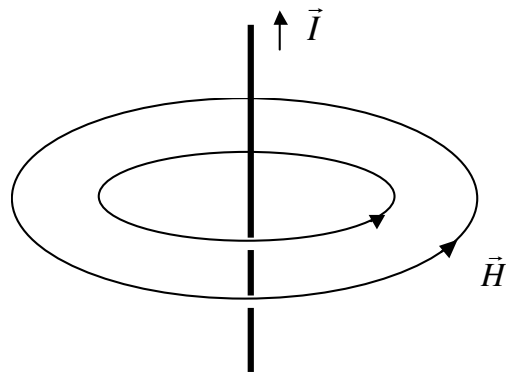
Das ist die Differentialgleichung des harmonischen Oszillators.

Ähnlich im Fall des mathematischen Pendels ergibt der folgende Ansatz eine Lösung der Differentialgleichung, die die Beziehung (14') impliziert:

$$(16) \quad Q(t) = Q_0 \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Experimentelle Beobachtung:

Ein elektrischer Strom \vec{I} durch einen Leiter erzeugt ein magnetisches Feld \vec{H} .

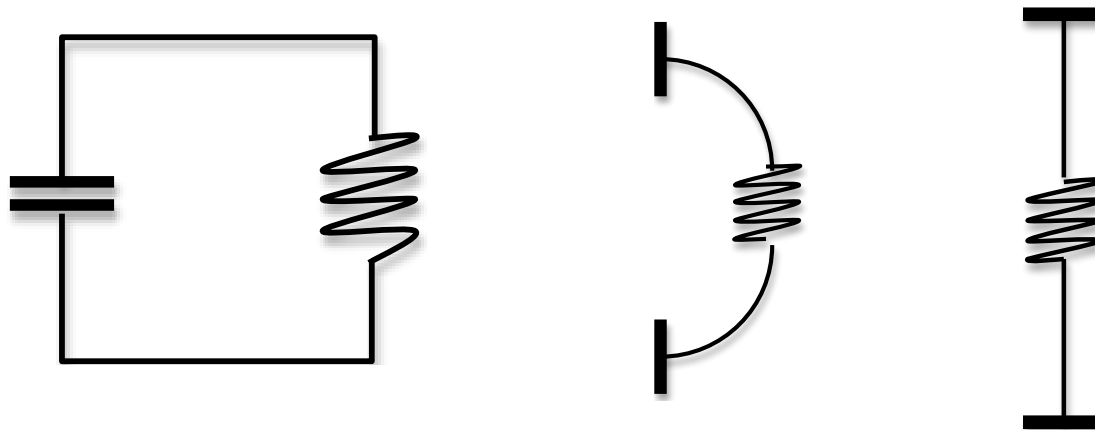


Die Orte gleicher Feldstärke liegen auf konzentrischen Kreisen um den Leiter. Sie lassen sich durch sogenannte „magnetische Feldlinien“ markieren.

Einheit der magnetischen Feldstärke H : 1 A/m . Einheit der elektrischen Feldstärke: $1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$.
Einheit der magnetischen Flussdichte B : 1 Vs/m^2 .

3.2 Maxwell-Gleichungen

Wir öffnen den geschlossenen elektromagnetischen Schwingkreis und erhalten einen freien Oszillator. [19]



Im geschlossenen Schwingkreis (links) gibt es zwischen den Kondensatorplatten ein elektrisches Feld. Innerhalb der Spule gibt es ein magnetisches Feld.

Der gestreckte Schwingkreis (rechts) wird zu einer Antenne: Das elektrische Feld breitet sich über den leeren Raum aus, von der einen Kondensatorplatte zur anderen.

Wenn wir die Feldlinien visualisieren, entspringen sie auf der einen Platte, breiten sich im Raum aus und krümmen sich um die Antenne herum bis zur andern Platte.

[19] Heribert Stroppe: „Physik“, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2003. S. 345.

Wenn wir den Antennenschwingkreis zum Schwingen anregen, löst sich ein Teil des elektrischen Felds von der Antenne. Maxwell identifizierte ein sich zeitlich änderndes elektrisches Feld als einen sogenannten „Verschiebungsstrom“ (“displacement current“), der ein magnetisches Feld aufbaut. Das heißt, außerhalb der Antenne baut das elektrische Feld ein magnetisches Feld auf. Maxwells Verschiebungsstrom erweitert und vervollständigt das Ampère-Gesetz.

Dank des Faraday-Induktionsgesetzes baut ein magnetisches Feld wiederum ein elektrisches Feld auf. Elektrisches und magnetisches Feld wirken wechselseitig aufeinander. Das symmetrische Spiel zwischen Elektrizität und Magnetismus wird mathematisch durch die Maxwell-Gleichungen ausgedrückt. Sie implizieren freie elektromagnetische Wellen.

Eine stehende elektromagnetische Welle im Resonanz-Schwingkreis entwickelt sich zu einer freien elektromagnetischen Welle, die sich im leeren Raum ausbreitet. Während eine Schwingung im räumlich lokalisierten Schwingkreis nur von der Zeitvariablen abhängt, wird eine Welle zu einer Funktion von Zeit und Raum:

$$(17) \quad f: (x, y, z, t) \rightarrow f(x, y, z, t) \quad \text{für alle Raumkoordinaten } x, y, z \quad \text{und alle Zeitwerte } t.$$

Jedes Feld hat drei Raumkomponenten, und jede dieser Komponenten hängt ab von drei Raumkoordinaten und der Zeit.

Elektrisches Feld: $(E_x(x, y, z, t), E_y(x, y, z, t), E_z(x, y, z, t))$
Magnetische Flussdichte: $(B_x(x, y, z, t), B_y(x, y, z, t), B_z(x, y, z, t))$

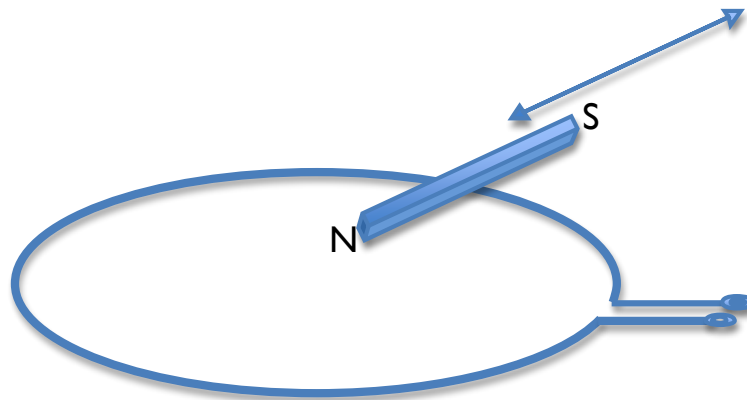
$B = \mu_0 H$ gilt im Vakuum; das H steht für das magnetische Feld.

Um die Maxwell-Gleichungen zu formulieren, benutzen wir die partielle Differentiation $\frac{\partial}{\partial x}$, die auf Funktionen des Typs (17) angewandt wird. Sie zielt auf die zu differenzierende Variable.

$$\frac{\partial}{\partial x} : f \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z, t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(x + \varepsilon, y, z, t) - f(x, y, z, t)}{\varepsilon}$$

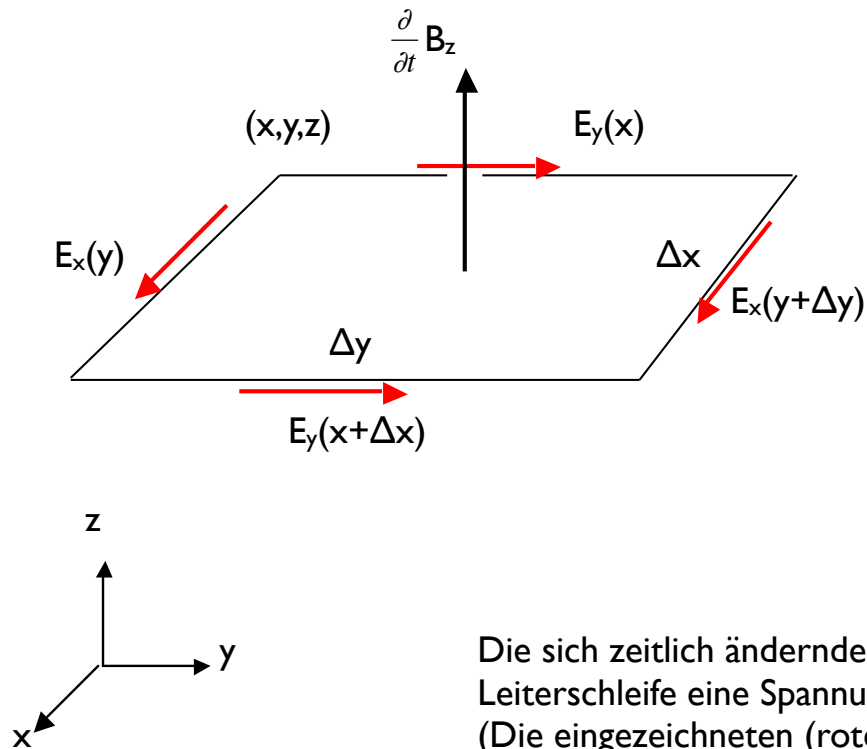
Entsprechend wirken die Operationen $\frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial z}$, $\frac{\partial}{\partial t}$ in den zugehörigen Dimensionen, die durch die Variablen y, z, t bezeichnet werden.

Das **Faradaysche Induktionsgesetz**



Bei der Bewegung des Stabmagnets in die Leiterschleife hinein und aus der Leiterschleife heraus wird in der Leiterschleife eine elektrische Spannung induziert.

Das **Faradaysche Induktionsgesetz** in Differentialform:



Die sich zeitlich ändernde Magnetfeldkomponente B_z induziert in der Leiterschleife eine Spannung und entsprechend ein elektrisches Feld \vec{E} . (Die eingezeichneten (roten) Pfeile zeigen die positive Koordinatenrichtung an.)

Bilanz des E-Felds bei einer Umrundung um eine zeitlich veränderliche magnetische Flussdichte B entlang einer Leiterschleife:

($U = E \cdot d$; magnetischer Fluss $\phi = B \cdot A$, mit der Querschnittsfläche A)

$$E_y(x+\Delta x) \cdot \Delta y - E_y(x) \cdot \Delta y + E_x(y) \cdot \Delta x - E_x(y+\Delta y) \cdot \Delta x = -\frac{\partial}{\partial t} B_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

$$(E_y(x+\Delta x) - E_y(x)) \cdot \Delta y + (E_x(y) - E_x(y+\Delta y)) \cdot \Delta x = -\frac{\partial}{\partial t} B_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

Wir dividieren die Gleichung durch $\Delta x \cdot \Delta y$

$$\frac{E_y(x+\Delta x) - E_y(x)}{\Delta x} - \frac{E_x(y+\Delta y) - E_x(y)}{\Delta y} = -\frac{\partial}{\partial t} B_z$$

Übergang zum Differentialquotienten ergibt das Faraday-Induktionsgesetz in differentieller Form:

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x = -\frac{\partial}{\partial t} B_z$$

Verallgemeinerung auf 3 Dimensionen ergibt 3 Gleichungen (18.a) für das allgemeine Faradaysche Induktionsgesetz. Ein zeitlich sich ändernder magnetischer Fluss erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} E_z(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial z} E_y(\mathbf{x}, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_x(\mathbf{x}, y, z, t) \\ (18.a) \quad & \frac{\partial}{\partial z} E_x(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial x} E_z(\mathbf{x}, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_y(\mathbf{x}, y, z, t) \\ & \frac{\partial}{\partial x} E_y(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial y} E_x(\mathbf{x}, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_z(\mathbf{x}, y, z, t) \end{aligned}$$

Mit einem Kunstgriff gelangen wir direkt vom Faraday-Induktionsgesetz zu den quellenfreien Maxwellgleichungen im Vakuum (keine äußeren Ströme und keine äußere elektrische Ladung): Wir vertauschen im Induktionsgesetz die Rolle des elektrischen Feldes E durch die magnetische Flussdichte B und die magnetische Flussdichte B durch das elektrische Feld $-E$ und fügen die derart erhaltenen Gleichungen dem Induktionsgesetz hinzu (unter Beachtung der SI-Maßeinheiten).

Der physikalische Hintergrund der Symmetrie-Betrachtungen der Maxwell-Gleichungen: Ein elektrischer Strom (zeitlich sich änderndes elektrisches Feld) erzeugt ein magnetisches Wirbelfeld, und ein zeitlich sich änderndes magnetisches Feld erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld.

- Maxwell selbst hatte seine Gleichungen zur vollständigen dynamischen Beschreibung des Elektromagnetismus durch Hinzufügen eines sogenannten „Verschiebungsstromes“ zum Ampère-Gesetz erhalten.

Mit der antisymmetrischen Transformation $(E, B) \rightarrow (B, -E/c^2)$ in (18.a) erhalten wir drei weitere Gleichungen (18.b). Sie repräsentieren eine Art „quellenfreies Ampère-Gesetz“, resp. ein „reziprokes Faraday-Induktionsgesetz“.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial y} E_z(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial z} E_y(\mathbf{x}, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_x(\mathbf{x}, y, z, t) \\
 (18.a) \quad & \frac{\partial}{\partial z} E_x(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial x} E_z(\mathbf{x}, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_y(\mathbf{x}, y, z, t) \\
 & \frac{\partial}{\partial x} E_y(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial y} E_x(\mathbf{x}, y, z, t) = - \frac{\partial}{\partial t} B_z(\mathbf{x}, y, z, t) \\
 \\
 & \frac{\partial}{\partial y} B_z(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial z} B_y(\mathbf{x}, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{c^2} E_x(\mathbf{x}, y, z, t) \\
 (18.b) \quad & \frac{\partial}{\partial z} B_x(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial x} B_z(\mathbf{x}, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{c^2} E_y(\mathbf{x}, y, z, t) \\
 & \frac{\partial}{\partial x} B_y(\mathbf{x}, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial y} B_x(\mathbf{x}, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{c^2} E_z(\mathbf{x}, y, z, t)
 \end{aligned}$$

(18.a) und (18.b) sind die Maxwell Gleichungen eines quellenfreien elektromagnetischen Felds im Vakuum.

Woher kommt diese Antisymmetrie-Eigenschaft der Maxwellgleichungen? Sie ist eine Folge der sogenannten Poincaréschen Symmetrie-Gruppe der speziellen Relativitätstheorie Einsteins. Diese Raum-Zeit-Symmetrie hat eine weitgehendere Folge: Die freien Maxwell-Gleichungen insgesamt folgen aus der mathematischen Forderung, diese Symmetrie-Gruppe in elementare („irreduzible“) Bestandteile zerlegen zu können [20].

Ludwig Boltzmann zitierte in seinen Vorlesungen über Maxwells Theorie aus Goethes „Faust“:
„War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb,
die mit geheimnisvoll verborg'nem Trieb
Die Kräfte der Natur um mich enthüllen
Und mir das Herz mit stiller Freude füllen ...“ ([17], S. 216/217)

Die Maxwell-Gleichungen gehörten zum Ausgangspunkt von Einsteins Arbeit zur speziellen Relativität. Das ist schon an ihrer Überschrift erkennbar: „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“ [21].

[20] U. H. Niederer and L. O’Raifeartaigh: “Realizations of the Unitary Representations of the Inhomogeneous Space-Time Groups II. Covariant Realizations of the Poincaré Group.” Fortschritte der Physik 22, (1974), 131-157. Siehe S. 145, u. S. 137. (Spezialliteratur!)

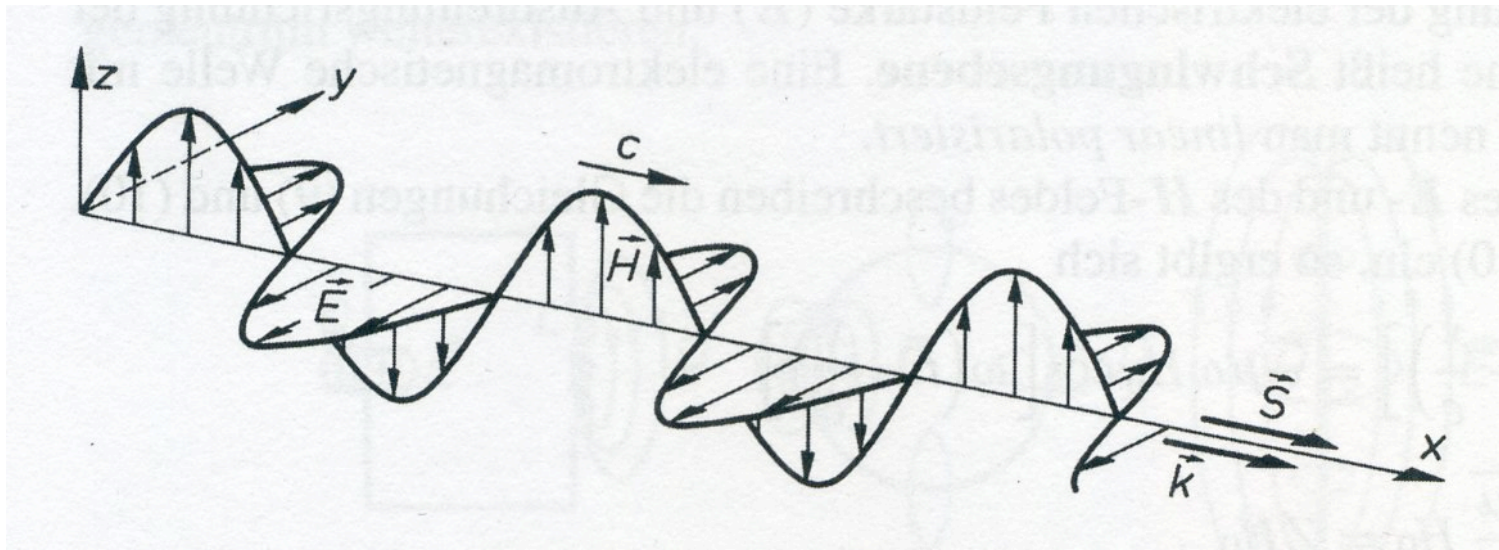
[21] Albert Einstein: „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“. Annalen der Physik, Leipzig, Band 17, S. 549 (1905).

Die Maxwell-Gleichungen mit Quellen (Ladungen und Strömen) beschreiben den klassischen Elektromagnetismus vollständig. Die Maxwell-Gleichungen im Vakuum (18) implizieren die typische klassische Wellengleichung, die für Wellen in einem Medium wie Wasser, oder Luft, oder in einem Festkörper gut bekannt ist .

Die Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle in x-Richtung wird durch die Wellengleichung für die Felder gegeben:
(Siehe beispielsweise [19], S. 342):

$$(19.a) \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y(x,y,z,t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_y(x,y,z,t)$$

$$(19.b) \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_z(x,y,z,t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} H_z(x,y,z,t)$$



Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle in x-Richtung (linear polarisiert)

Aus Heribert Stroppe, Physik, Hanser, 2003, Bild 38.3., p. 343.

Zwischen der y-Komponente E_y des elektrischen Feldes und der z-Komponente des magnetischen Feldes besteht bei der elektromagnetischen Welle in x-Richtung (s. o.) folgende Beziehung:

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} H_z$$

Diese Beziehung folgt aus den Maxwell'schen Gleichungen für ein Magnetfeld, in dem die x- und y-Komponenten Null sind.

Der explizite zeitlich-räumliche Verlauf der polarisierten Welle (s. o.), einer ebenen harmonischen elektromagnetischen Welle, ergibt sich entsprechend dem Ansatz zur Lösung der Differentialgleichung der Wellengleichung ([16], S. 343):

$$E_y = E_0 \sin[\omega(t - x/c)]$$

$$H_y = H_0 \sin[\omega(t - x/c)]$$

Photonenkonzept

Die obige Ableitung einer Wellengleichung aus den Maxwell-Gleichungen ergab Wellengleichungen für das elektrische Feld und das magnetische Feld. In der Elektrodynamik wird meistens eine Wellengleichung für das nicht in elektrische und magnetische Anteile aufgespaltete elektromagnetische Feld benutzt. Dazu wird ein sogenanntes Vektorpotential mit drei skalaren Potentialfunktionen als Vektorkomponenten eingeführt (neben dem rein elektrischen skalaren Coulomb-Potential). Für dieses Vektorpotential gilt dann die Wellengleichung. Das Vektorpotential hat allerdings einen Freiheitsgrad zuviel. Er wird dann mit einer formalen Bedingung („Eichung“) eliminiert.

Diese Prozedur ergibt bei der Quantisierung des elektromagnetischen Feldes ein sehr großes Problem.

Anstelle des sehr üblichen Vektorpotentials lassen sich aber auch sogenannte Debye-Potentiale verwenden [22]. Mit zwei skalaren Potentialen lassen sich die beiden Freiheitsgrade des elektromagnetischen Feldes abbilden: linkszirkulare und rechtszirkulare Polarisierung. Diese Potentiale X_κ , $\kappa = +1, -1$ kombinieren elektrische und magnetische Anteile. Der Index gibt die Helizität und damit den Spin des Photons an. Die freie Wellengleichung lautet dann [22]:

$$(20) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) X_\kappa = 0, \quad \kappa = +1, -1$$

[22] Eberhard E. Müller: “Scalar Potentials for vectorfields in quantum electrodynamics“. Journal of Mathematical Physics 28 (1987), p. 2786-2790. Das ist Spezialliteratur. Die obige Betrachtung ist im Abschnitt II des Papers zu finden.

Eine Klassifizierung von „Elementarteilchen“ geht auf Eugene Wigner zurück [23]. Das Photon ist charakterisiert durch Ruhemasse 0 und Spin 1 (in Einheiten von $h/2\pi$). Wigner zerlegt die Raum-Zeit-Symmetrie-Gruppe der speziellen Relativitätstheorie, der Poincaré-Gruppe (auch als inhomogene Lorentz-Gruppe bezeichnet), in ihre Elemente. Das sind irreduzible Darstellungen. Diese Darstellungen werden durch die Parameter Ruhemasse und Spin indiziert. Innere Symmetrien der Elementarteilchen werden dabei nicht berücksichtigt, im Unterschied zum „Standardmodell“ der Hochenergie-Teilchen-Physik. - Raifeartaigh und Niederer [20] hatten auf Wigners Vorgehensweise zurückgegriffen.

[23] E.Wigner:“On Unitary Representations of the Inhomogenous Lorentz Group“.Annals of Mathematics 40 (1939), p. 149.

Licht ist elektromagnetische Welle. Es wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Die klassische Optik lässt sich auf die Maxwell-Gleichungen reduzieren.

Auch Wärmestrahlung ist eine elektromagnetische Welle. Auch klassische Wärmestrahlung lässt sich auf die Maxwell-Gleichungen reduzieren. Die Wärmestrahlung führte Max Planck zum Ausgangspunkt der Quantentheorie.

Für Wellen gilt das Superpositionsprinzip: Wellen lassen sich überlagern. Die Superposition ist der Schlüssel für alle Arten von **Interferenzphänomenen**. Derartige Phänomene lassen sich im Teilchenbild nicht behandeln. Darin besteht ein grundlegender Unterschied zwischen Teilchen- und Wellenbild.

3.3 Wellengleichung und Wellenbild

Die Form einer Welle, ihre Amplitude und damit ihre Intensität und ihren Energieinhalt lässt sich an ihrer Steilheit anschaulich ablesen. Mathematisch wird die Steilheit einer Wellenfunktion durch den räumlichen Ableitungsoperator ermittelt.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A_0 \sin[\omega(t - x/c)]$$

enthält die räumliche Differenzierung der Wellengleichung. Durch die zweifache Ableitung wechselt der Term das Vorzeichen. Das „Quadrat“ der Ableitungsoperation ist negativ. Um aus der Ableitung einen positiven Operator zu machen, dividieren wir den Ableitungsoperator durch die imaginäre Einheit i . ($i^2 = -1$)

$$(21) \quad \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}$$

Der Operator (21) ist positiv. - Dieses heuristische Vorgehen lässt sich mathematisch sattelfest machen.

Der Operator (21) wird aus Gründen der physikalischen Konvention mit der Konstante $h/2\pi$ multipliziert und als Impulsoperator identifiziert:

$$(22) \quad \mathbf{P} = \frac{1}{i} \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x}$$

Der Impulsoperator \mathbf{P} soll als charakteristisches Merkmal für das Wellenbild stehen.