9.4 Der Definitionsschnitt erhöht die Entropie

Der Definitionsschnitt ist das entscheidende Konstruktionsmittel einer konstruktivistischen Interpretation. Eine komplexe Definition mag eine Vielzahl von Schnitten umfassen. Bei jedem Schnitt werden ausgewählte spezifische Quantenkorrelationen vernachlässigt bzw. ausgeblendet. Damit wird die Information, die in den Quantenkorrelationen enthalten ist, „weggeworfen". Oft wird dies durch ein „weg-Mitteln" vorgenommen. Dieses Informationsopfer muss zu einer Erhöhung der Entropie führen. Das bewirkt Irreversibilität.

Dies lässt sich auch mathematisch nachvollziehen.

Sei ψ der Zustand eines betrachteten gesamten Systems vor einem Schnitt. Wir nehmen im System einen Schnitt vor und erhalten zwei Teile, die durch die Zustände ψ_1 und ψ_2 beschrieben werden. Die beiden Systeme koppeln wir unter Erhaltung ihrer einzelnen Integrität wieder zum gesamten System zusammen. Nach dem Schnitt ist das gesamte System im Zustand $\psi_1 \otimes \psi_2$.
Dann gilt für den Erwartungswert der Relativ-Entropie (43) nach einer Ungleichung von Oskar Klein (siehe [78]):

$$\langle \psi , R(\psi_1 \otimes \psi_2 , \psi) \, \psi \rangle > 0 . \qquad (\text{falls } \psi \neq \psi_1 \otimes \psi_2)$$

[78] Res Jost: „Quantenmechanik II". Verlag der Fachvereine an der ETH-Zürich, 1973; „Der Trennungssatz", S. 141.

Der Definitionsschnitt unterwirft ein System grundsätzlich der Irreversibiltät. Irreversibilität ist Bedingung der Möglichkeit von Konstruktion und Gestaltung. Der Schnitt selbst ist die Ursache der Irreversibilität. **Der Zeitpfeil**, die Asymmetrie zwischen Vergangenheit und Zukunft, **folgt damit aus der Asymmetrie zwischen dem Teil und dem Ganzen**. Diese konstruktivistische Interpretation der Quantentheorie macht die Rede vom Wärmetod des Universums obsolet. Sie liefert die begrifflichen Voraussetzungen für die freie Erzeugung von Objekten.

Die oben zitierte Plancks Bemerkung zielt genau auf einen Schnitt. Die Entropie zweier kohärenter Strahlenbündel ist kleiner als die Summe der Entropien der beiden einzelnen Strahlenbündel.

Der mathematische Kern der konstruktivistischen Interpretation der Quantentheorie

(Bei der Mathematik beziehe ich mich auf das Vorlesungsmanuskript **„Quantenmechanik II“** von Prof. Res Jost, ETH Zürich, herausgegeben vom Verlag der Fachvereine an der ETH/Z 1973, S. 125 ff. Jost war enger Mitarbeiter und Schüler Wolfgang Paulis. Er arbeitete in der Gruppe von Niels Bohr in Kopenhagen mit. 1949-1955 war er am Institute for Advanced Study in Princeton, das damals von Robert Oppenheimer geleitet wurde. Nach Princeton nahm er die Berufung als Professor für Theoretische Physik an die ETH-Zürich an. 1984 wurde er mit der Max-Planck-Medaille ausgezeichnet.)

Wir betrachten ein System Σ mit dem zugehörigen Hilbertraum $\mathcal{H}$, das sich in einem Zustand P befindet. P ist ein statistischer Operator (Dichtematrix) auf $\mathcal{H}$, der eindeutig mit einem Hilbertraumvektor $\psi \in \mathcal{H}$ und damit mit dem Zustand des Systems korrespondiert. Der Operator P ist positiv.

$$< \psi, A\,\psi > \;=\; \mathrm{Spur}(PA) \;:=\; \Sigma_n < u_n\,, PA\,u_n > \qquad \text{für alle Observablen A.}$$

Die Operatoren A wirken auf dem Hilbertraum $\mathcal{H}$. Die Hilbertraumvektoren u_n bilden ein vollständiges orthonormales Eigenvektorsystem. Die Spur bildet die Summe der in der Hauptdiagonale einer Matrix stehenden Eigenwerte.

John von Neumann folgend lässt sich die Entropie S eines Zustands P definieren:

$$S(P) := -k\,\mathrm{Spur}(P \ln P).$$

Nun teilen wir das System Σ in zwei unabhängige Systeme Σ_1 und Σ_2 mit den zugehörigen Hilberträumen $\mathcal{H}_1$, $\mathcal{H}_2$, so dass gilt:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$$

Die Operatoren A_1 auf dem Hilbertraum $\mathcal{H}_1$ werden im großen Hilbertraum $\mathcal{H}$ mit Hilfe des Identitätsoperators $\underline{\boldsymbol{I}}$ auf $\mathcal{H}_2$ in Gestalt von $A_1 \otimes \underline{\boldsymbol{I}}$ eingebettet. Entsprechend werden die Operatoren A_2 auf $\mathcal{H}_2$ mit Hilfe des Identitätsoperators $\underline{\boldsymbol{I}}$ auf $\mathcal{H}_1$ in Gestalt von $\underline{\boldsymbol{I}} \otimes A_2$ eingebettet.

Durch partielle Spurbildung auf $\mathcal{H}_1$ definieren wir einen statistischen Operator P_1 auf $\mathcal{H}_1$:

$$\mathrm{Spur}[\, P\,(A_1 \otimes \underline{\boldsymbol{I}})\,] =: \mathrm{Spur}_{\mathcal{H}1}[\, P_1 A_1 \,] \qquad \text{für alle Observable } A_1 \text{ auf } \mathcal{H}_1.$$

Durch partielle Spurbildung auf $\mathcal{H}_2$ definieren wir einen statistischen Operator P_2 auf $\mathcal{H}_2$:

$$\mathrm{Spur}[\, P\,(\underline{\boldsymbol{I}} \otimes A_2)\,] =: \mathrm{Spur}_{\mathcal{H}2}[\, P_2 A_2 \,] \qquad \text{für alle Observable } A_2 \text{ auf } \mathcal{H}_2.$$

Vernachlässigen wir nun die Korreliertheit der beiden Teilsysteme und setzen wir die Zustände P_1 und P_2 zusammen zu einem Zustand $P_1 \otimes P_2$ auf $\mathcal{H}$, so ist die Information über das Gesamtsystem kleiner geworden. Es gilt der

Trennungssatz:

$$\mathrm{S}(P_1 \otimes P_2) = \mathrm{S}(P_1) + \mathrm{S}(P_2) > \mathrm{S}(P), \quad \text{falls } P \neq P_1 \otimes P_2 .$$

Statt der Ungleichung gilt Gleichheit genau dann, wenn $P = P_1 \otimes P_2$.

Bemerkung: Für den unkorrelierten Zustand $P = P_1 \otimes P_2$ gilt die Additivität der Entropie,
$\mathrm{S}(P) = \mathrm{S}(P_1) + \mathrm{S}(P_2)$.

9.5 **Anmerkungen zum Konstruktivismus**

Der Konstruktivismus hat sich in der Soziologie, in den Sozialwissenschaften, in der Psychologie, in den Geisteswissenschaften entwickelt. In der Physik findet er bisher keine Beachtung. Der „radikale Konstruktivismus" geht auf Ernst von Glasersfeld zurück [79]. Er geht nicht von einer gegebenen, an sich existierenden Realität aus. Er nimmt Realität als konstruiert an, wobei alle möglichen Einflüsse und Bedingungen berücksichtigt werden müssen.

Wichtige Vertreter des Konstruktivismus sind u. a. der Kommunikationswissenschaftler und Psychotherapeut Paul Watzlawick (1921-2007), der Soziologe Niklas Luhmann (1927-1998) und der Wissenschaftstheoretiker und Philosoph Paul Feyerabend (1924-1994). In der Systemtheorie Luhmanns spielt der Definitionsschnitt eine entscheidende Rolle. Mit dem Schnitt definiert er ein soziales System und zugleich dessen Umwelt.

[79] Ernst von Glasersfeld: „Radikaler Konstruktivismus. Ideen, Ergebnisse, Probleme." Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main, 1996.

Ein Beispiel aus den Textwissenschaften

Was ist ein Begriff? Zu einem Begriff gehört ein Wort oder ein Subtext eines Textes.
Die „Umgebung“ des Worts oder der Worte, die für einen Begriff stehen, ist der Kontext.
Ein Wort allein liefert noch keinen fertigen Begriff. Ohne geschriebenen und ungeschriebenen Kontext bleibt die Bedeutung von Wörtern unklar bzw. uneindeutig. Das Wort „Mutter“ könnte die Mutter eines Kindes, oder die Mutter einer Schraube, oder die Muttergesellschaft eines Industrieunternehmens bedeuten. Mit Ton könnte ein Höreindruck oder der Lehm der Töpferin gemeint sein. …

Die Art der Korrelation zwischen Wort und Kontext ist für die Bedeutung eines Begriffs entscheidend. Erst die konkrete Ankopplung an den Kontext führt auf die Definition eines Begriffs. Entsprechend kommt es im Laufe der Zeit mit der Änderung der allgemeinen Lebensumstände zu Verschiebungen von Begriffsbedeutungen: Begriffe „altern“. Wollen wir an ihnen festhalten, müssen wir sie je neu rekonstruieren. Dies zeigt die strukturelle Analogie zur Konstruktion von Systemen und Objekten in einem quantentheoretisch beschriebenen Universum.