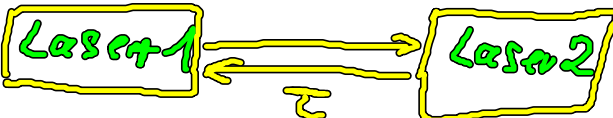


6.3 zeitverzögert gekoppelte Laser

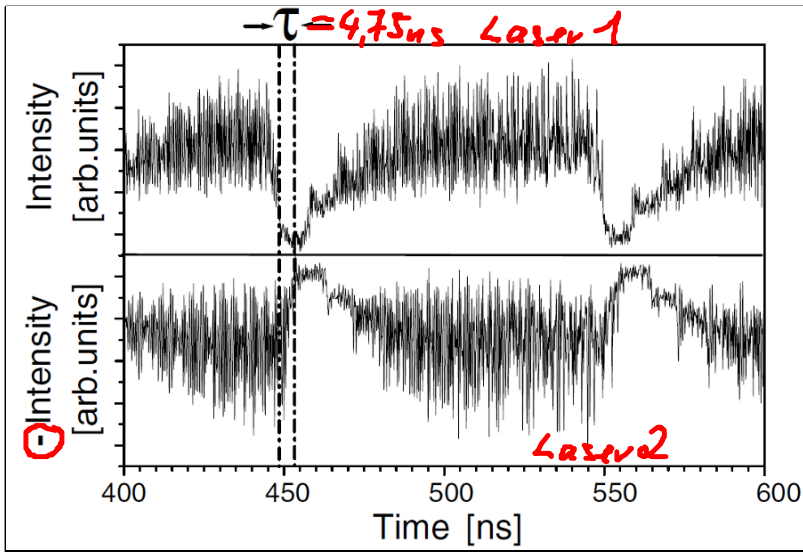
bisher:  Laser mit externem Resonator

hier:  Laser 1 ↔ Laser 2

Welche Dynamiken sind zu erwarten?

→ insbesondere „leader-laggard“-Szenario

Ref.: Heil et al.: PRL 86, 795 (2001)

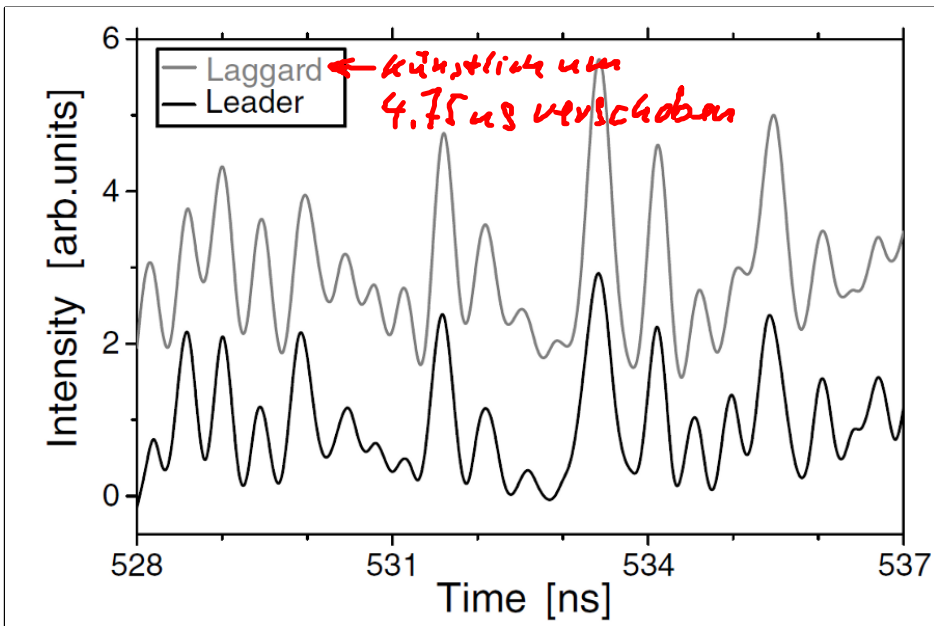


laggard-Laser (Beim Lv)

folgt mit Verzögerung $\tau = 4.75 \text{ ns}$

Abstand zwischen den Lasern:

$$\Delta s = c \tau = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4.75 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 1.425 \text{ m}$$



Zoom in Zeitfenster von 9 ns.

zeitverzögerte Synchronisation!

kein Laser ausgezeichnet als treibender Laser

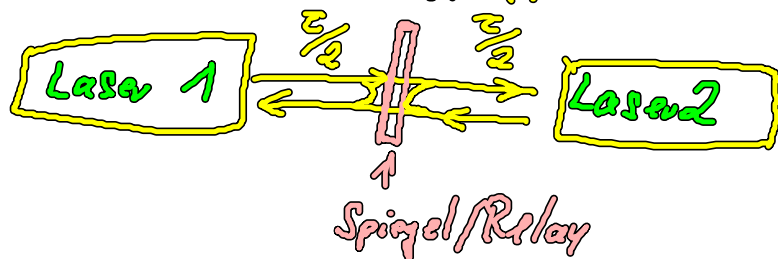
⇒ Symmetrie brechung!

Reihenfolge (Laser 1 vor Laser 2) zufällig

Isochrone Lösung (komplette/vollständige Synchronisation) ist instabil.

Frage: Wie kann man diese gleichphasige Lösung stabilisieren?

Idee: Verwendung eines Relays/Spiegel (halb durchlässig) zwischen den Lasern.



Licht von Laser 1 nach τ bei Laser 2 und (durch Relay) bei Laser 1 (⇒ nur 1 Zeitverzögerung τ im System).

Ref.: Flunkert et al.: PRL 79, 065201(R) (2009)

Modellierung mittels Lang-Kobayashi-Gleichungen:

$$\frac{dE_1}{dt} = \frac{1}{2} (1+i\alpha) n_1 E_1 + \frac{\kappa}{2} E_1 (t-\tau) + \frac{\kappa}{2} E_2 (t-\tau) + F_{E_1}$$

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{1}{2} (1+i\alpha) n_2 E_2 + \frac{\kappa}{2} E_2 (t-\tau) + \frac{\kappa}{2} E_1 (t-\tau) + F_{E_2}$$

$$T \frac{dn_{1,2}}{dt} = I - n_{1,2} - (1+n_{1,2}) |E_{1,2}|^2$$

Zur Untersuchung der synchronen Lösung: Verwende neue

Koordinaten: $\underline{S} = \frac{1}{2} (\underline{x}_1 + \underline{x}_2)$ synchrone Variable

$\underline{A} = \frac{1}{2} (\underline{x}_1 - \underline{x}_2)$ asynchrone Variable

$$\underline{x}_j = \begin{pmatrix} E_j \\ n_j \end{pmatrix} \quad (\text{Siehe gekoppelte Hopf-Normalformen in Kap 4})$$

\Rightarrow Einsetzen liefert

$$\dot{\underline{S}} = \frac{1}{2} \left[\underline{f}(\underline{S} + \underline{A}) + \underline{f}(\underline{S} - \underline{A}) \right] + \frac{1}{2} (L + k) \underline{S} (t - \tau)$$

$$\dot{\underline{A}} = \frac{1}{2} \left[\underline{f}(\underline{S} + \underline{A}) - \underline{f}(\underline{S} - \underline{A}) \right] + \frac{1}{2} (L - k) \underline{A} (t - \tau)$$

Linearisierung von $\dot{\underline{A}}$ um $\underline{A} = 0$
($L = k$)

für $L = k$ verschwindet Kopplung und
(nichtlineare Effekte in synchroner
Lösung \underline{S} sind unerheblich, z. B. chaotische
Intensitätsschwankungen)

$$\dot{\underline{S}} = \underline{f}(\underline{S}) + k \underline{S} (t - \tau)$$

$$\dot{\underline{A}} = \underline{Df}(\underline{S}) \underline{A}$$

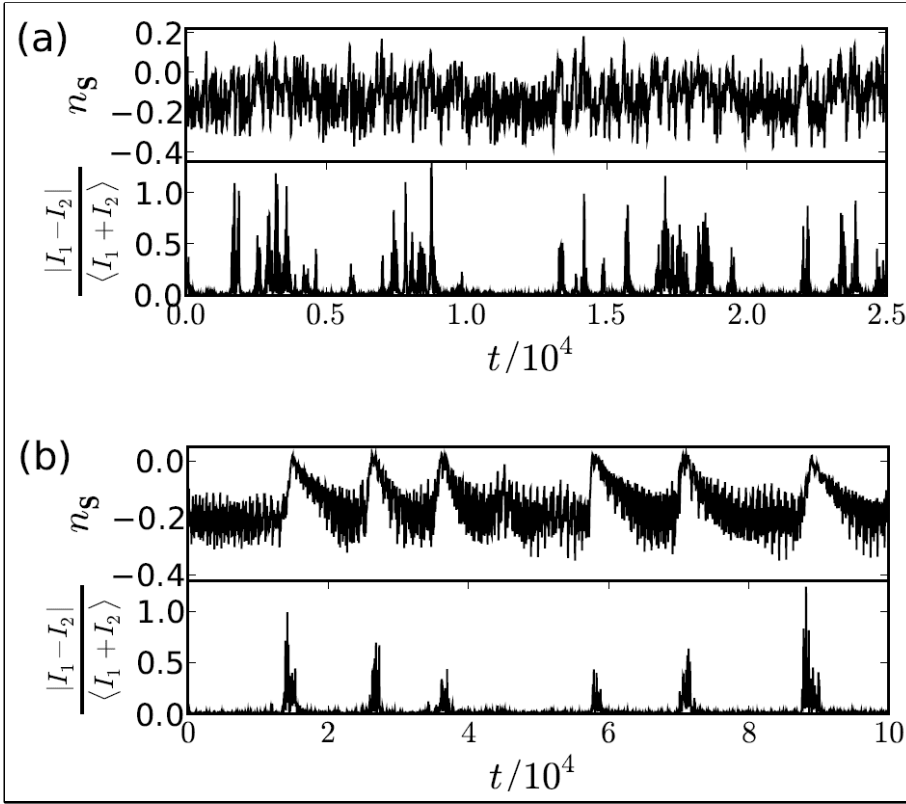
Jacobi-Matrix bei $\underline{A} = 0$

Gleichungen für synchronisierte Koordinate:

$$\frac{dE_s}{dt} = \frac{1}{2} (1 + i\alpha) n_s E_s + k E_s (t - \tau) + F E_s$$

$$\tau \frac{dn_s}{dt} = \Gamma - n_s - (1 + n_s) |E_s|^2$$

+ Gleichungen für \dot{E}_1 und \dot{u}_1 , die von E_2, u_2 abhängen



$I = 1.0$

Kolmogorov-Klapp

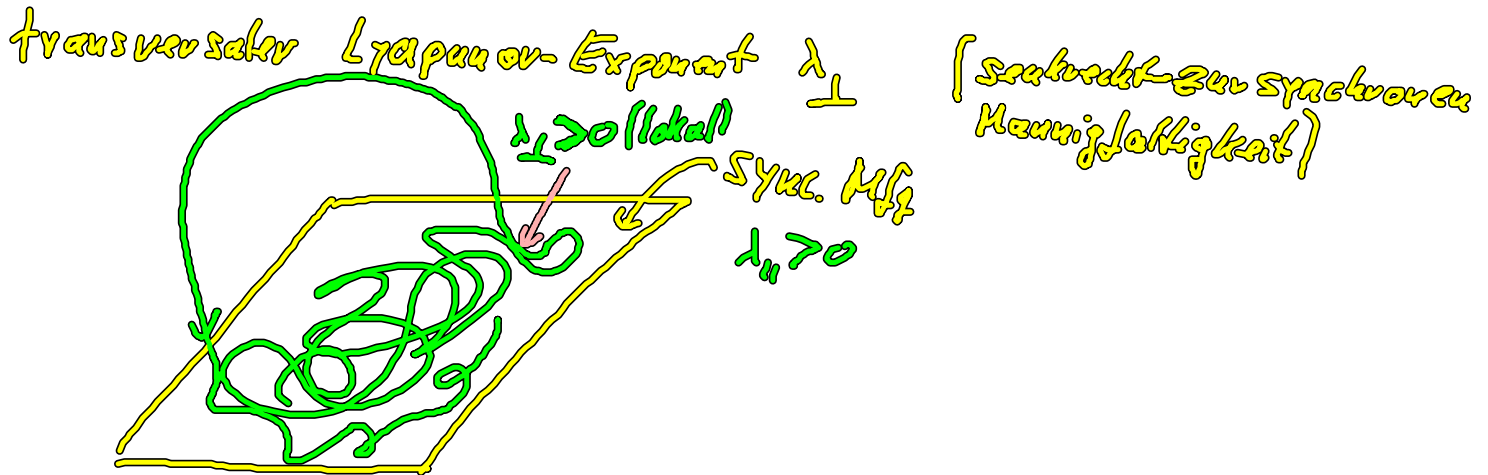
$T = 200, \kappa = 0.12, \tau = 1000, \alpha = 9$

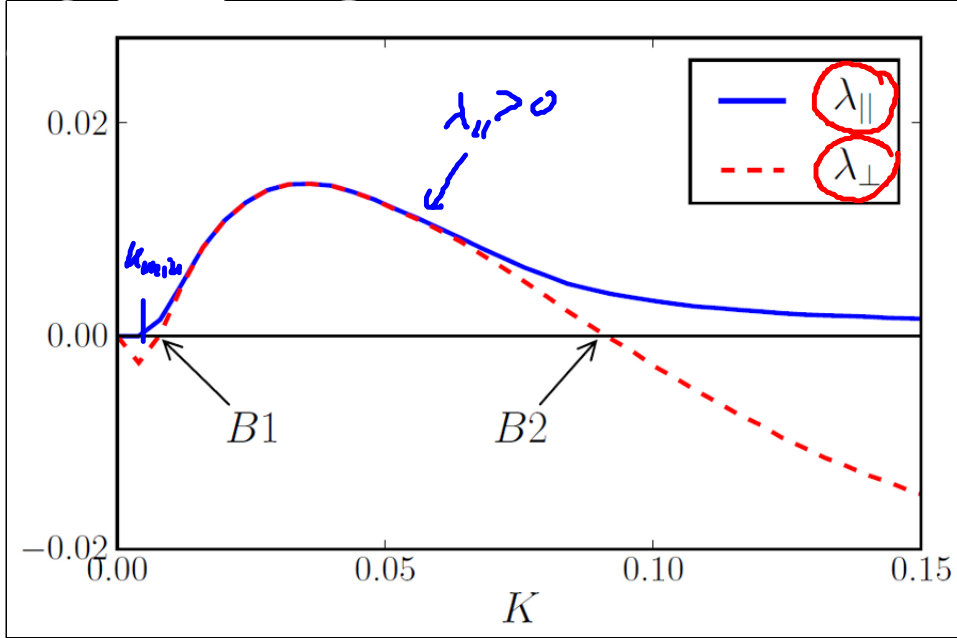
$I = 0.1$

"low-frequency fluctuation"
 \Rightarrow "bubbling"

Unter suchung der Stabilität des synchronen Zustands:

longitudinaler Lyapunov-Exponent $\lambda_{||}$ (in synchroner Mannigfaltigkeit)
 z.B.: $\lambda_{||} > 0$ Chaos





Synchronzustand
für $K > K_{min}$ drachisch
($\lambda_{||} > 0$)

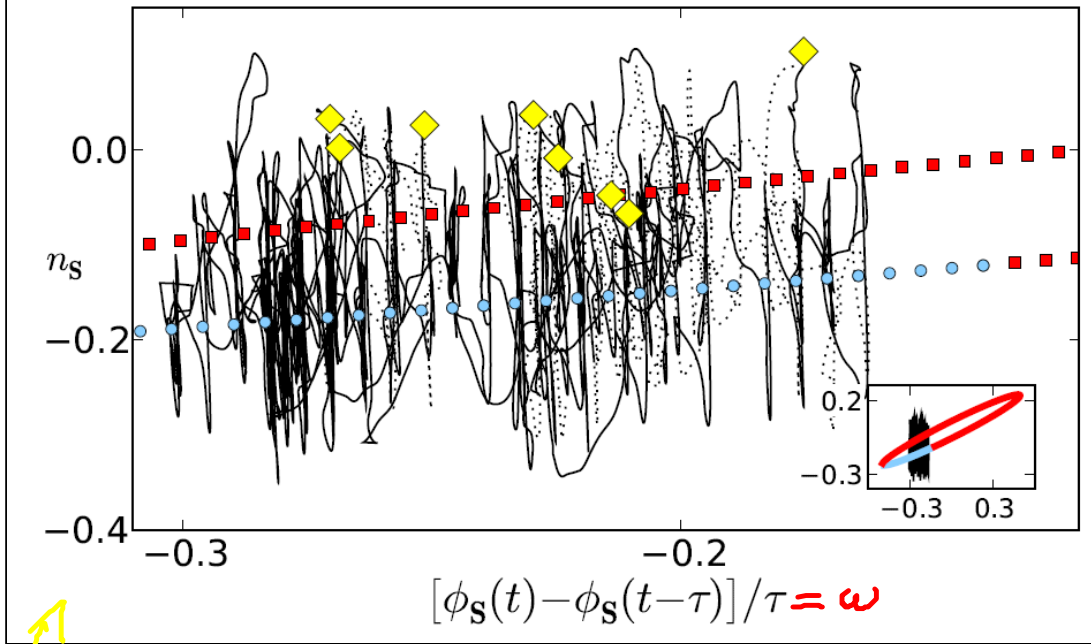
Zur Untersuchung der transversalen Stabilität & Intensitätsfluktuationen:
Verwende Lösungsansatz („vorstellungswerte ansatz“):

$$E_s = R_s e^{i\phi_s(t)} = R_s e^{i\omega t} \quad (\text{Phase } \phi_s \text{ linear})$$

Einsetzen liefert: $\dot{R}_s = \dots$
 $\omega = \dot{\phi}_s = \dots$

Bestimmen der invarianten Lösungen liefert sog. „external cavity modes“.

(Analyse / Herleitung: Projekt 8: „Laser mit Feedback“)



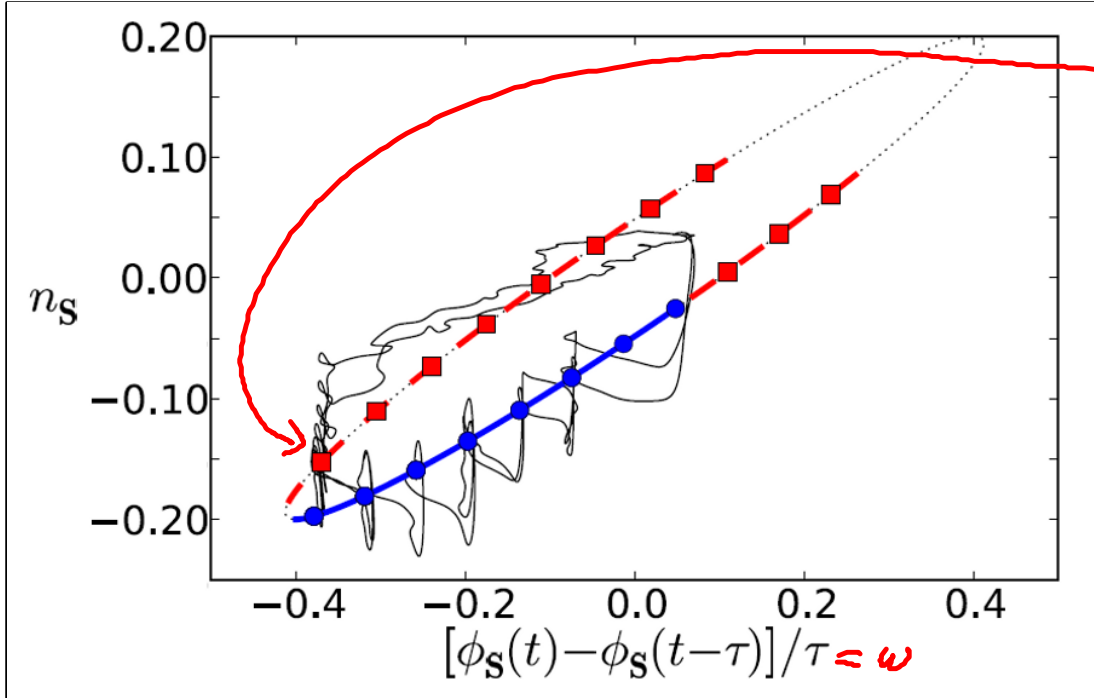
● instabil
● stabil

$$\frac{\phi_S(t) - \phi_S(t-\tau)}{\tau}$$

$$= \frac{\omega t - \omega(t-\tau)}{\tau}$$

$$= \omega$$

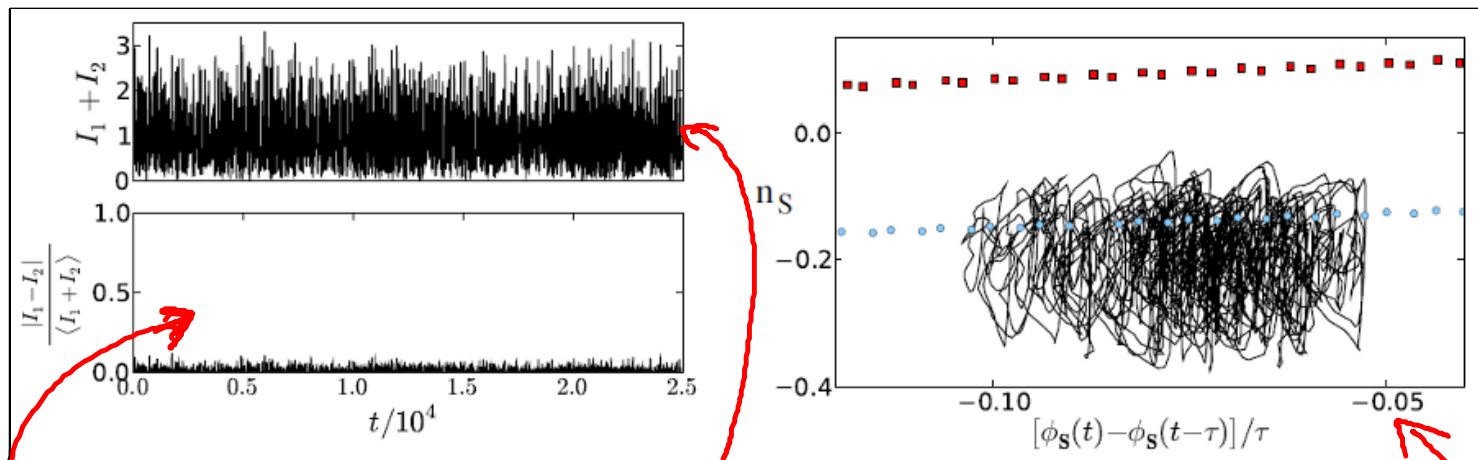
Lösungen in der (ω, n_S) -Ebene (liegen im Allgemeinen auf Ellipsen)
 Kohärenzkollaps: Dynamik/Trajektorie häufig im Bereich instabiler Moden.



Intensitätsfluktuationen (low-frequency), der a Synchronlösung (aber $|E_1| = |E_2|$)

Frage: Umkehrdrückung der Intensitätsfluktuation der asynchronen Lösung?
Lösung?

Idee: Verwende aktives Relay / Laser statt Spiegel



Synchroner Zustand oszilliert weiter hin (chaotisch für $\lambda_1 > 0$)
synchroner Zustand ist stabilisiert. \Rightarrow keine Fluktuationen in $|E_1| - |E_2|$ zu erkennen.

\Rightarrow in Koordinaten von oben: $\mathcal{J} \neq 0$

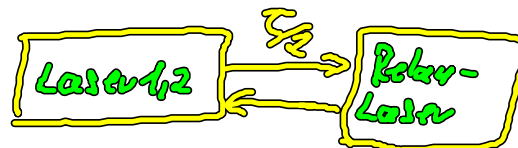
$$\underline{A} = 0$$

Trajektorie bleibt in (ω, n_S) -Ebene im Bereich der stabilen externen Kavitätsmoden.

Parameter des Relay-Lasers: $I_{\text{relay}} = 4I_{\text{L2}}$ (vierfache Pumpstrom)

Relay-Laser selbst ist nicht mit Laser 1/2 synchronisiert:

effektive Konfiguration:



(siehe Anfang von Kap 6.3)