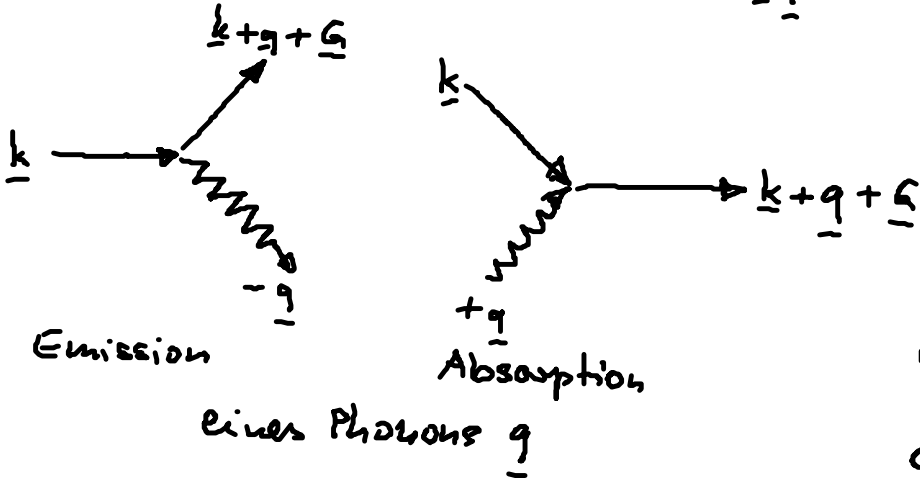


Elektron-Phonon-Streuung

El.-Phonon-WW : $H_{e-ph} = \sum_{\underline{k}, \underline{q}} M_{\underline{k}, \underline{q}} (a_{-\underline{q}}^+ + a_{\underline{q}}) c_{\underline{k}+\underline{q}}^+ c_{\underline{k}}$



Quasi-Impulserhaltung

$\underline{G} \neq 0$: Umklappprozess

$\underline{G} = 0$: Normalprozess

$a_{\underline{q}}, a_{\underline{q}}^+$ Phononenvernichter,
- erzeuger

$c_{\underline{k}}, c_{\underline{k}}^+$ Elektronenvernichter,
- erzeuger

Für $\underline{G} = 0$ koppeln Elektronen nur an long. Phononen!

Langwellige LA-Phononen ($\frac{\delta V}{V} = \text{div } \underline{s}$, \underline{s} Verschieb.feld)

$$H_{e-ph} = E_{1n} \text{div } \underline{s} = i E_{1n} \underline{s} \cdot \underline{q}$$

Deform. pot. konst. (Ge, Si nicht polar)

polare Festkörper : starke Kopplung mit LO-Phononen (Fröhlich-WW)

Matrixel. :

$$|\langle \underline{k} \mp \underline{q}; \hat{N}(\underline{q}) \pm 1 | H_{e-ph} | \underline{k}; \hat{N}(\underline{q}) \rangle|^2 = |M_{\underline{k} \mp \underline{q}, \underline{q}}|^2 \begin{cases} \hat{N}(\underline{q}) + 1 & \text{Em.} \\ \hat{N}(\underline{q}) & \text{Abs.} \end{cases}$$

↑
Phononenbesetzungszahl

$$W(\underline{k}, \underline{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{\underline{k}'\underline{k}}|^2 \left[\underbrace{N(\underline{k}'-\underline{k})}_{\text{Abs.}} \delta(E(\underline{k}') - E(\underline{k}) - \hbar\omega) + \underbrace{(N+1)}_{\text{Em.}} \delta(E(\underline{k}') - E(\underline{k}) + \hbar\omega) \right]$$

Phononenverteil. $N(q) \rightarrow$ Boltzmanngl. für $N(q)$ aufstellen
 (Nichtgleichgewichts-Phononen)
 = heiße Phononen

Bloch'sche Annahme: Phononen relaxieren schnell

\Rightarrow therm. Verteilung der Phononen

$$N_0(q) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega(q)}{kT}\right) - 1} \quad (\text{Bose-Einstein})$$

$$N_0 + 1 = \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1} = \exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) N_0$$

Mikroskop. Reversibilität der Matrixelemente:

$$|M_{\underline{k}'\underline{k}}|^2 = |M_{\underline{k}\underline{k}'}|^2$$

Mit $\hbar\omega(q) = |E(\underline{k}') - E(\underline{k})|$:

$$W(\underline{k}', \underline{k}) = W(\underline{k}, \underline{k}') \exp\left(-\frac{E(\underline{k}) - E(\underline{k}')}{kT}\right)$$

$\underline{k}' \rightarrow \underline{k}$ $\underline{k} \rightarrow \underline{k}'$ \uparrow Boltzmann-Faktor!
 $E(\underline{k}) > E(\underline{k}')$: \uparrow \downarrow

Falls zusätzlich thermodyn. Gleichgewicht der El.:

$$f(\underline{k}) = f_0(\underline{k}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(\underline{k}) - E_F}{kT}\right) + 1}$$

$$1 - f_0(\underline{k}) = \exp\left(\frac{E(\underline{k}) - E_F}{kT}\right) f_0(\underline{k})$$

$$\Rightarrow f_0(\underline{k}) [1 - f_0(\underline{k}')] = \exp\left(\frac{E(\underline{k}') - E(\underline{k})}{kT}\right) f_0(\underline{k}') [1 - f_0(\underline{k})]$$

Damit verschwindet der Integrand des Stoßterms für jedes \underline{k}' im Detail:

$$W(\underline{k}, \underline{k}') f_0(\underline{k}) [1 - f_0(\underline{k}')] - W(\underline{k}', \underline{k}) f_0(\underline{k}') [1 - f_0(\underline{k})] = 0$$

Prinzip des detaillierten Gleichgewichts:

Hin- u. Rückrate jedes Streuprozesses hält sich im thermodyn. Gleichgewicht die Balance.

Für elast. Streuung
($E(\underline{k}) = E(\underline{k}')$)

(näherungsweise für akust. Phononen mit kleinen q)

$$W(\underline{k}', \underline{k}) = W(\underline{k}, \underline{k}')$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{Stoß}} &= - \frac{V_q}{(2\pi)^3} \int d^3 k' W(\underline{k}, \underline{k}') \{ f(\underline{k})(1 - f(\underline{k}')) - f(\underline{k}') (1 - f(\underline{k})) \} \\ &= - \frac{V_q}{2\pi} \int d^3 k' W(\underline{k}, \underline{k}') [f(\underline{k}) - f(\underline{k}')] \quad \text{linear in } f \end{aligned}$$

In inelast. Fall ist der Stoßterm linear, falls

$$\boxed{f(\underline{k}), f(\underline{k}') \ll 1} \Rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{Stoß}} = - \frac{V_q}{(2\pi)^3} \int d^3 k' [W(\underline{k}, \underline{k}') f(\underline{k}) - W(\underline{k}', \underline{k}) f(\underline{k}')] \\ \text{(klass. „nichtentartete“ Näherung)}$$

(2) Elektron-Störstellen-Stöße

Elast. Streuung, da Störstellenmasse \gg El. masse

$$W(\underline{k}, \underline{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{\underline{k}'\underline{k}}|^2 \delta(E(\underline{k}') - E(\underline{k}))$$

Matrixelement in 1. Born'scher Näherung an abgeschirmtem Coulomb-Pot. einer ionis. Störstelle $V(r) = -\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-\lambda r}$:

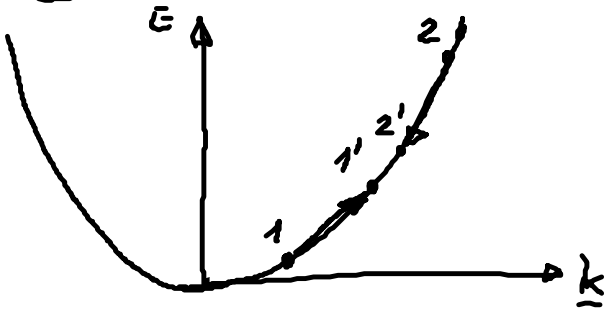
$$(\lambda^{-1} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_T}{n e^2}} \text{ Debye-Abschirmlänge (El.wolke)})$$

$$|M_{\underline{k}'\underline{k}}| = \frac{ze^2}{V_g \epsilon_0 \epsilon (|\underline{k}-\underline{k}'|^2 + \lambda^2)}$$

$W(\underline{k}, \underline{k}') = W(\underline{k}', \underline{k})$ wegen mikr. Reversib.

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{stoß}} = - \frac{V_g N_t}{(2\pi)^3} \int d^3k' W(\underline{k}, \underline{k}') [f(\underline{k}) - f(\underline{k}')] \quad \text{Lin. inf}$$

(3) Elektron-Elektron-Stöße



3-dim. Hyperfläche im \mathbb{R}^k

Übergangswahrscheinl. $\underline{k}_1 \rightarrow \underline{k}'_1$, $\underline{k}_2 \rightarrow \underline{k}'_2$

$$W(\underline{k}_1 \rightarrow \underline{k}'_1, \underline{k}_2 \rightarrow \underline{k}'_2) = \frac{2\pi}{t_1} |M_{\underline{k}_1 \underline{k}'_1 \underline{k}_2 \underline{k}'_2}|^2 \delta(E(\underline{k}'_1) + E(\underline{k}'_2) - E(\underline{k}_1) - E(\underline{k}_2))$$

Energie-Erhaltung

Quasi-Impulserh.: $\underline{k}'_1 + \underline{k}'_2 = \underline{k}_1 + \underline{k}_2$ (+G)

$$\Rightarrow \text{Parametrisierung } \begin{aligned} \underline{k}'_1 &= \underline{k}_1 + \underline{q} \\ \underline{k}'_2 &= \underline{k}_2 - \underline{q} \end{aligned}$$

Matrixel. für abgeschirmte Coulomb-WW der El.:

$$V(\underline{r}_1, \underline{r}_2) = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon |\underline{r}_1 - \underline{r}_2|} e^{-\lambda |\underline{r}_1 - \underline{r}_2|} :$$

$$|M_{\underline{k}_1 \underline{k}'_1 \underline{k}_2 \underline{k}'_2}| = \frac{e^2}{V_g \epsilon_0 \epsilon (|\underline{k}_1 - \underline{k}'_1|^2 + \lambda^2)} \equiv M_g \quad \left(\begin{array}{l} \text{direkte} \\ \text{Coulomb-WW} \end{array} \right)$$

+ Austausch-WW
(RPA = random phase approx. $\sum_i e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} \approx 0$)

Mikrosk. Rev. :

$$W(k_1 \rightarrow k'_1, k_2 \rightarrow k'_2) = W(k'_1 \rightarrow k_1, k'_2 \rightarrow k_2)$$

$$= W(k_2 \rightarrow k'_1, k_1 \rightarrow k'_2) = W(k_1 \rightarrow k'_2, k_2 \rightarrow k'_1)$$

↑
Ununterscheidbarkeit der El.

Stoßrate :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{stoß}} = - \sum_{k_2, q} \left\{ W(k \rightarrow k+q, k_2 \rightarrow k_2-q) f(k) [1-f(k+q)] f(k_2) [1-f(k_2-q)] \right.$$

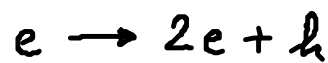
$$\left. - W(k+q \rightarrow k, k_2-q \rightarrow k_2) f(k+q) [1-f(k)] f(k_2-q) [1-f(k_2)] \right\}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{stoß}} = - \frac{V^2}{(2\pi)^6} \int d^3 k_2 \int d^3 q W(k \rightarrow k+q, k_2 \rightarrow k_2-q) \left\{ f(k) [1-f(k+q)] \times \right.$$

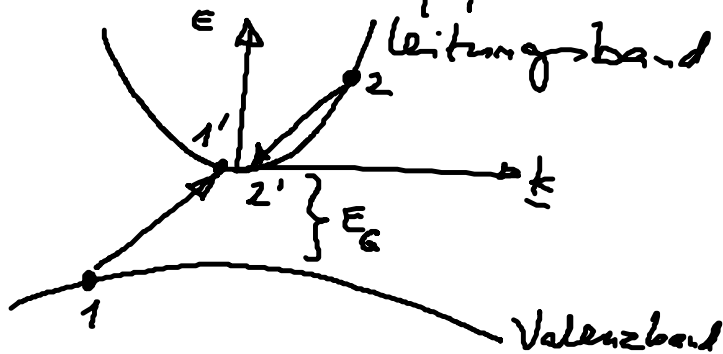
$$\left. \times f(k_2) [1-f(k_2-q)] - f(k+q) [1-f(k)] f(k_2-q) [1-f(k_2)] \right\}$$

Spezieller Elektron-Elektron-Stoßprozess :

Stoßionisation :



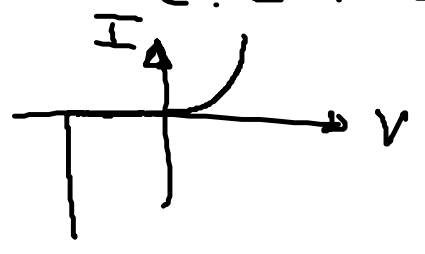
ändert El.-
Lochzahl!



Energie - }
Impuls - } Erhaltung \Rightarrow Schwellenenergie der
Stoßionisation E_{th}
(impact ionization)

$$\text{El. 2 : } E \geq E_{th}$$

elektr. Durchbruch
(avalanche breakdown)



stark nichtlinearer Prozess

Inverser Prozess : Auger-Rekombination

