

7. Dielektrische und optische Eigenschaften

WW mit stat. el. u. magn. Feldern \rightarrow Transport

WW des Festkörpers mit el. magn. Wellen \rightarrow Optik

mikr. : Elektron-Photon-WW

\Downarrow komplexe dielektrische Funktion $\epsilon(\underline{k}, \omega)$

makrosk. : Absorption, Reflexion, Dispersion
(exp. : Spalten)

7.1 Dielektrische Funktion

Transport : Beschleunigung quasifreier Ladungen $\rightarrow \sigma$

Optik : Polarisation gebundener Ladungen $\rightarrow \epsilon$

Maxwell-Gleichungen in Materie :

$$\left. \begin{array}{l} \nabla \times \underline{E} + \dot{\underline{B}} = 0 \\ \nabla \cdot \underline{B} = 0 \end{array} \right\} \text{hom.} \quad \begin{array}{l} \underline{D} = \epsilon_0 \underline{E} + \underline{P} \quad \text{diel. Verschiebung} \\ \underline{H} = \frac{1}{\mu_0} \underline{B} - \underline{M} \quad \text{Magnetfeld} \end{array}$$
$$\left. \begin{array}{l} \nabla \cdot \underline{D} = \rho \\ \nabla \times \underline{H} - \dot{\underline{D}} = \underline{j} \end{array} \right\} \text{inhom.}$$

$-\nabla \cdot \underline{P}$ Polarisationsladung

$\dot{\underline{P}}$ Polarisationsstromdichte

$\nabla \times \underline{M}$ Magnetisierungsstromdichte

Materialgleichungen (linear - nicht zu hohe Felder)

$\underline{P} = \epsilon_0 \chi_e \underline{E}$ Polarisation = makroskop. el. Dipoldichte

$\underline{M} = \chi_m \underline{H}$ Magnetisierung = makroskop. magn. Dipoldichte

χ_e el. Suszept. } i.a. Tensoren (in anisotropen Medien)
 χ_m magn. Suszept. }

(+ Ohm'sches Gesetz $\underline{j} = \sigma \underline{E}$, $\sigma = \text{const.}$)

i.a. nichtlokal, nichtsynchr. Zus.hang:

$$\underline{P}(\underline{r}, t) = \epsilon_0 \int d^3 r' \int dt' \chi(\underline{r}-\underline{r}', t-t') \underline{E}(\underline{r}', t') \quad \text{"lin. Antworttheorie"}$$

$$\Downarrow \text{Fouriertrafo} \quad \underline{E}(\underline{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^3 k \int d\omega \hat{\underline{E}}(\underline{k}, \omega) e^{i(\underline{k}\cdot\underline{r} - \omega t)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{\underline{P}}(\underline{k}, \omega) = \epsilon_0 \hat{\chi}_e(\underline{k}, \omega) \hat{\underline{E}}(\underline{k}, \omega) \\ \hat{\underline{D}}(\underline{k}, \omega) = \epsilon_0 \epsilon(\underline{k}, \omega) \hat{\underline{E}}(\underline{k}, \omega) \end{cases}$$

↑
dielekt. Fkt.

räuml. u. zeitl. Dispersion

$$\underline{D} = \epsilon_0 (1 + \kappa_e) \underline{E} = \epsilon_0 \epsilon \underline{E}$$

Annahme: $\mu = 1$ (nicht magn.)

Wellengl. (Telegraphengl.): $\rho = 0$

$$\Delta \underline{E} - \frac{\epsilon}{c^2} (\ddot{\underline{E}} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \dot{\underline{E}}) = 0$$

im Fourier-Raum (mit Dispersion)

$$\boxed{k^2 = \epsilon(\underline{k}, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} \omega}$$

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

Vakuumlichtgeschw.

Dispersionsrelation

$$\Rightarrow \epsilon(\underline{k}, \omega) = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} - i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} = \epsilon' + i\epsilon'' \quad \text{komplexe dielekt. Fkt.}$$

$$\text{Setze } k = \frac{\omega}{c} \tilde{n} = \frac{\omega}{c} (n + i\gamma)$$

n reeller Brech.index

γ Absorpt.index

$$\alpha := \frac{2\omega\gamma}{c} \approx \frac{\omega\epsilon''}{nc} \quad \text{Absorpt.konst.}$$

$$\Rightarrow n^2 - \gamma^2 + 2i n \gamma - i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} = \epsilon' + i\epsilon''$$

$$\begin{cases} \text{Re: } n^2 - \gamma^2 = \epsilon' \\ \text{Im: } 2n\gamma = \epsilon'' + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \end{cases}$$

(a) Response auf longitudinale Störung ($\nabla \times \underline{\delta E} = 0$)
(dyn. Abschirmung)

$$\Rightarrow \epsilon(q, \omega) = 1 - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{e^2}{V_g \epsilon_0 q^2} \sum_{\underline{k}} \frac{f_0(\underline{k} + \underline{q}) - f_0(\underline{k})}{E(\underline{k} + \underline{q}) - E(\underline{k}) - \hbar\omega - i\hbar\gamma}$$

$f_0 =$
Fermivert.

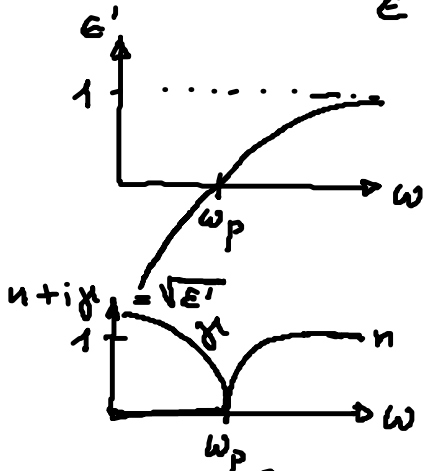
Lindhard'sche dielekt. Fkt. des quasifreien Elektronengases

Näherung $\epsilon'(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$
 $\epsilon'' = 0$

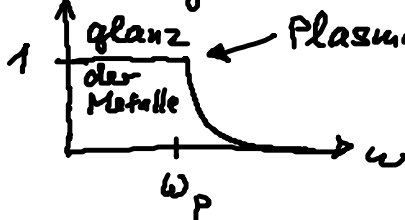
mit Plasma-Resonanzfrequenz

$$\omega_p := \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} \sim \text{Elektronendichte } n_0 \text{ im Gleichw.}$$

$\omega = \omega_p : \epsilon' = 0$ longitud. Eigenschw. des El.gases
("Plasmonen" in Metallen
u. Halbleitern)



$$R = \frac{(n-1)^2 + \gamma^2}{(n+1)^2 + \gamma^2} \text{ Reflex. verm\u00f6gen}$$



Halbl. IR | nichtbar

In Halbleitern lässt sich $\omega_p \sim n_0$ (Plasmakante) variieren

→ Anwendung als IR-Sperre
(Wärmeschutzfenster durch Bedampfen)

(b) Response auf transversale Störung ($\nabla \cdot \underline{\delta E} = 0$)

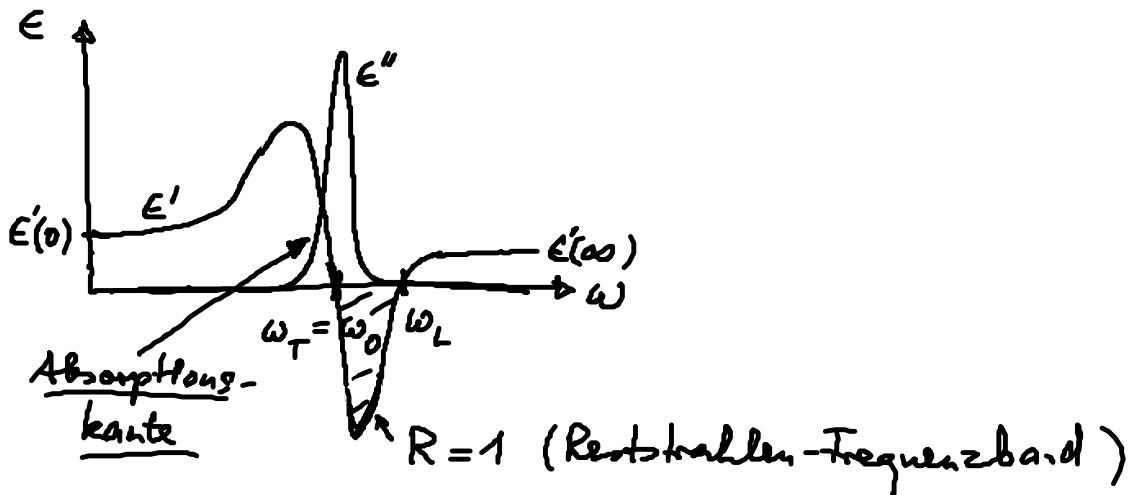
Annahme: $\sigma = 0$ nichtleitend
 $\epsilon(\omega)$

Kausalitätsbed. $\chi(t-t') = 0$ für $t' > t$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \epsilon'(\omega) &= 1 + \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\epsilon''(\omega')}{\omega' - \omega} \\ \epsilon''(\omega) &= -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\epsilon'(\omega') - 1}{\omega' - \omega} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \Rightarrow \epsilon'(\omega) &= 1 + \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\epsilon''(\omega')}{\omega' - \omega} \\ \epsilon''(\omega) &= -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\epsilon'(\omega') - 1}{\omega' - \omega} \end{aligned}} \right\} \underline{\text{Kramers-Kronig-Relationen}}$$

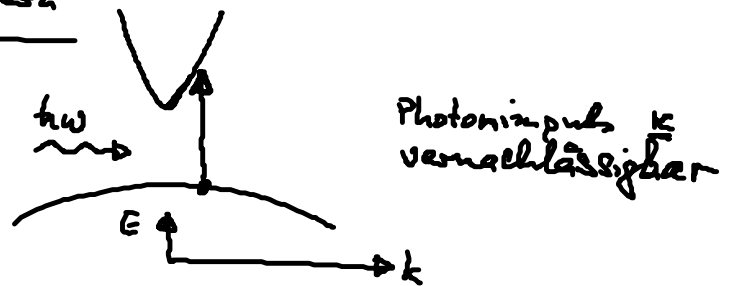
(Zusammenhang zwischen Dispersion ($\epsilon'(\omega)$) und Absorption ($\epsilon''(\omega)$), erlaubt z.B. Berechnung von $\epsilon'(\omega)$, $\epsilon''(\omega)$ aus dem Reflexionsspektrum)

- Berechnung der transversalen Eigenschwingungen der Polarisation \rightarrow Polaritonen
- Berechnung von $\epsilon(\omega)$ aus mikroskop. Absorptionsprozessen

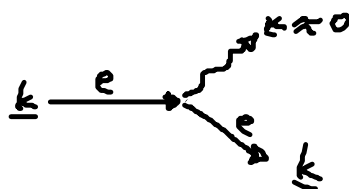
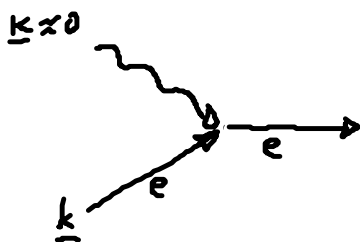


Opt. Absorption in Halbleitern

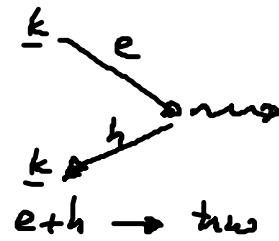
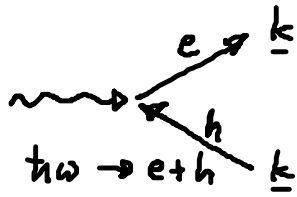
a) Interband abs. direkter Übergang (k -Erhaltung)



Energieerhalt, Quasimpulserh. } Absorptionskante
 $h\omega > E_G$



Elektronenbild



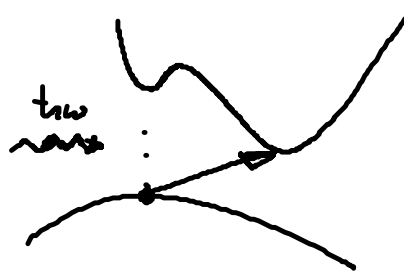
Lichtbild

Abs.

Em.

indirekter Übergang

(Beteiligung von Phononen mit Impuls \mathbf{q})



z.B. Si, Ge

$$\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{k}^0 + \mathbf{q}$$

$$E(\mathbf{k}') = E(\mathbf{k}) + \hbar\omega \pm \hbar\omega_{\mathbf{q}}$$

Absorption schwächer als bei direktem Übergang, da WW-Prozess höherer Ordnung

mikroskop. Übergangswahrscheinl. pro Zeit für Elektron $i \rightarrow j$ durch Absorption eines Photons:

$$W_{ij} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle j | H' | i \rangle|^2 \delta(E_j - E_i - \hbar\omega)$$

$$\alpha = \frac{\omega}{cn} \epsilon'' \stackrel{!}{=} \frac{2\hbar}{cn\epsilon_0\omega\Lambda_0^2} \frac{1}{V} \sum_{ij} W_{ij}$$

$$\epsilon''(\omega) = \frac{2\pi e^2}{V\epsilon_0\omega^2 m^{*2}} \sum_{ij} |\langle j | p | i \rangle|^2 \delta(E_j - E_i - \hbar\omega)$$

Oszillatorstärke

→ hängt ab von Zustandsdichte

(exp. Bestimmung der Zustandsdichte aus Absorptions- oder Reflexionsspektrum über $\epsilon''(\omega)$)