Theoretische Optik

Übung: Mo 16-18, EW 229

Sprechstunde A.K. 13-14 Die

Optik: Lehre von Licht, Grundlage: Maxwellgleichungen

Übersicht:
- historischer Überblick
- Lichtstrahlen u. einfache optische Elemente
- Materialtheorie: Dielektrika, Metalle, Plasmen
- Licht in Materie, kurze Lichtpulse
- nichtlineare Effekte: Harmonische, Zweiphotonprozesse,

Solitonen

- Spektroskopie: Verbindg. mit Experimente
- Quantenoptik: Statistik d. Licht, WW mit Materie
- Laser und nichtklassisches Licht
- Photodetektion
- Nahfeldoptik: Auflösung $< \frac{\lambda}{2}$
- Attosekundenphysik (10^{-18} s)
- Metamaterialien (künstliche Medien: Brechzahl < 0)
- extrem nichtlineare Optik:
  Teilchenerzeugg. aus Vakuum
  Unruh-Strahlg.

Historischer Abriß

Demokrit (400 v.u.Z.) Licht als Fluss von atomistischen Teilchen
Lichtstrahl

Armati	(1300, Florenz)	Brille
Z. Janssen	(1600)	1. Mikroskop
H. Lippershey	(1608)	1. Teleskop
W. Snell	(1621)	Brechungsgesetz
R. Descartes	(1644)	– " –
R. Hooke	(1665)	Wellentheorie
I. Newton	(1672)	Korpuskulartheorie Farbzerlegg.
O. Römer	(1676)	Lichtgeschwindigkeit
T. Young	(1801)	Interferenz
J. Fraunhofer	(1821)	Beugungstheorie
JA Fresnel	(1821)	
GR Kirchhoff	(1859)	Spektralanalyse
RW Bunsen	(1859)	

E. Abbe (1880) Auflösungsvermögen

J. C. Maxwell (1862) Maxwellgleichungen

(Felder ?)

H. Hertz (1888) Nachweis Wellen

M. Planck (1900) Lichtquanten

T. H. Maiman (1960) Laser

J. Kimble (1977) nichtklassisches Licht

L. Mandel (Einzelphotonfelder)

u.a.

I Lichtstrahlen

1. Maxwellgleichg. im Vakuum

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}\,, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2}\partial_t \vec{E}\,, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 = \vec{\nabla} \cdot \vec{B}$$

durch Rotation bildg. Wellengleichg:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2}\partial_t^2 \vec{E} = 0$$ Feldgleichg. im Vakuum

Bsp: eindimensional Problem (z-Koordinate)

$$\left(\partial_z^2 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right) E_i = 0$$

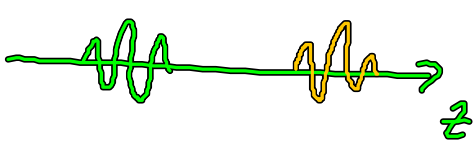
E_i: Komponente (kartesisch)

$$E_i = \begin{cases} f(z-ct) & \text{nach rechts laufende Welle} \\ g(\underbrace{z+ct}_{1\ \text{Koordinate}}) & \text{nach links laufende Welle} \end{cases}$$

f, g beliebig

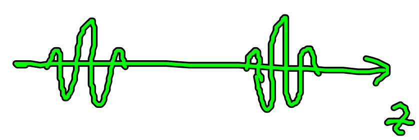
rechts

$t_1 < t_2$ Schnappschuss in der Zeit

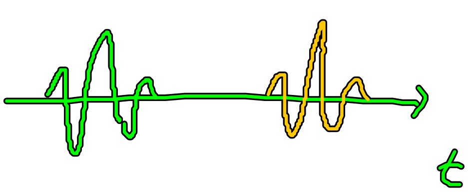


links

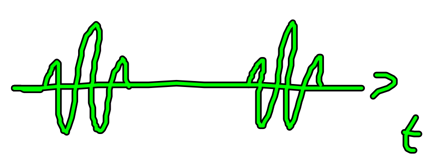
$t_1 > t_2$



$z_1 < z_2$ Beobachtg. an verschied. Orten



$z_1 > z_2$



2. Spezielle Lösungen im Vakuum

man sucht in gewählten Koordinatensystem (Symmetrie angepaßt)

zeitharmonische Lösg., Fourier trafo der Wgl.

$$\Box \vec{E} = 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta \vec{E} + \underbrace{\frac{\omega^2}{c^2}}_{= k^2} \vec{E} = 0$$

2.1. Ebene Welle

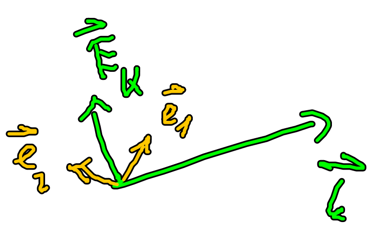
$\Delta \to \Delta_{x,y,z}$ (kartesische Koordinaten)

$$\vec{E} = \underbrace{\vec{E}_{\vec{k}}}_{\text{Konstante}} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} + \text{c.c.}, \qquad \omega = c|\vec{k}|$$

aus Wellengleichg.

- ebene Welle zu Wellenvektor $\vec{k}$ stellen vollständiges System dar

- Ausbreitung $\parallel \vec{k}$, $\vec{E}_{\vec{k}} \perp \vec{k}$ (ED)



$\vec{E}_{\vec{k}}$ in Ebene $\perp \vec{k}$ kann durch 2 Einheitsvektoren aufgespannt werden

$$\vec{E}_{\vec k} = \vec e_{1(\vec k)} E_{1(k)} + \vec e_{2(k)} E_{2(k)}$$

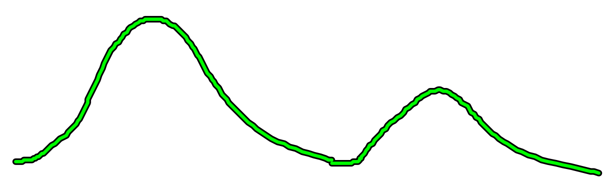
2.2. Gepulste ebene Welle

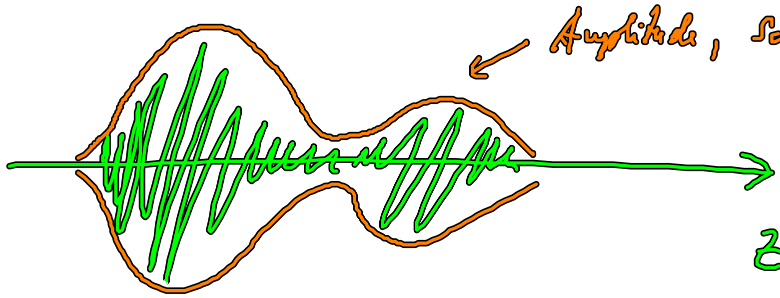
Puls: lokalisiert Licht in Ort / Zeit

$$E_i = \underbrace{\tilde E(z-ct)}_{\text{Amplitude}} \underbrace{e^{i\overbrace{k_z z - \omega_L t}^{k_z(z-ct)}}}_{\text{ebene Welle}} + c.c.$$

1d: z-Richtg. sei in Richtg $\vec k$.

$\tilde E$: lokalisierte Funktion





Amplitude, schwach veränderlich gegen die Zeitskala ω_L^{-1}

Forderung: $\partial_t \tilde E \ll \omega_L \tilde E$

langsame Amplitude, Einhüllende

2.3. Bemerkg. zu Zylinder und Kugelwelle

$\Delta \to \Delta_{r_\perp, \varphi, z}$ Zylinderwelle

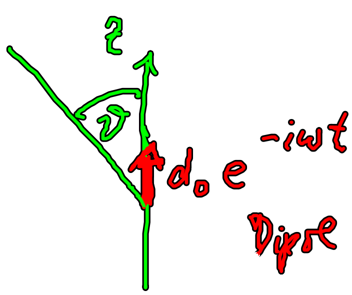
$\Delta \to \Delta_{r,\varphi,\vartheta}$ Kugelwelle

Lösungen existieren, sind aber sehr komplex

Radialkoordinate

einfachstes Bsp:
$$E_i(\vec{r},t) = E_0 \frac{e^{-i(kr - \omega t)}}{kr} + c.c.$$

2.4. Dipolwelle



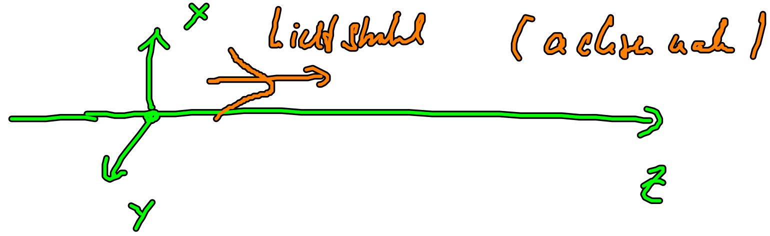
Fernfeld

$$\vec{E} = E_0 k^2 d_0 \sin\vartheta \frac{e^{-i(\omega t - kr)}}{kr} \vec{e}_\vartheta$$

2.5. Strahlen und Pulse in paraxialer Näherung

2.5.1. Paraxiale Wellengleichung

Lichtstrahl als 3d Objekt, der Ausbreitung nahe einer Achse stattfindet:



Ansatz $$E_i = \tilde{E}_i(z,t,\vec{r}_\perp)\, e^{i(k_z z - \omega_L t)}$$

$\omega_L = c\, k_z$

$\vec{r}_\perp = (x, y)$

$\tilde{E}_i$ wird aus der Wellengleichung bestimmt: i-Indizes weglassen

$$\partial_z E = (\partial_z \tilde{E})(e^{i}) + \tilde{E}\,(i k_z e^{i})$$

$$\partial_z^2 E = \left(\partial_z^2 \tilde{E} + 2 i k_z \partial_z \tilde{E} - k_z^2 \tilde{E}\right) e^{i}$$

$$\partial_t^2 E = \left(\partial_t^2 \tilde{E} - 2 i \omega_L \partial_t \tilde{E} - \omega_L^2 \tilde{E}\right) e^{i}$$

eigentlich komplex konjugiert dazu:
wird weggelassen für die Berechnung v. $\tilde{E}$
weil beide Terme identisch die Wgl. erfüllen

$$\left(\partial_z^2 + \Delta_\perp - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right) E = 0$$

Ansatz einsetzen

e^i kürzt sich raus

$$2ik_z \partial_z \hat{E} + \frac{2i\omega_L}{c^2} \partial_t \hat{E} + \Delta_{\parallel} \hat{E} + \underbrace{\left(-k_z^2 + \frac{\omega_L^2}{c^2}\right)}_{=0\ \text{Dispersionsrelation}} \hat{E} = 0$$

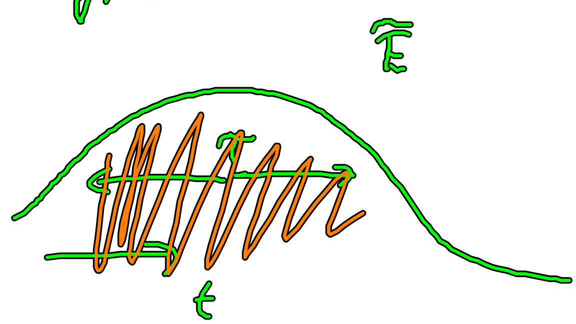
$$\boxed{\left(\partial_z + \frac{1}{c}\partial_t + \frac{1}{2ik_z}\Delta_{\parallel}\right)\tilde{E} = 0}$$

paraxiale Wellengleichung für die Amplitude $\hat{E}$ des Strahls

die fach Ableitg werden vernachlässigt!

$$\partial_t \hat{E} \ll \omega_L \hat{E}$$

$$\partial_t^2 \hat{E} \ll \omega_L \partial_t \hat{E}$$



wegen der schwachen Veränderung der Amplitude

$$\frac{\hat{E}}{\tau^2} \ll \omega_L \frac{\hat{E}}{\tau}$$

$$\tau^{-1} \ll \omega_L$$

Die paraxiale Wellengleichg. beschreibt eine in x, y ($\vec{r}_\parallel$) und t

modulierte ebene Welle die sich in z-Richtg. ausbreitet.

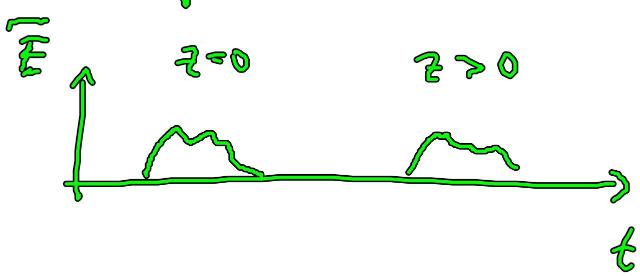
Ziel ist es, $\tilde{E}$ zu bestimmen.

ebene Welle sind sofort Lösung wenn $\tilde{E}(z, t, \cancel{\vec{r}_\parallel})$

$$\left(\partial_z + \frac{1}{c}\partial_t\right)\tilde{E}(z,t) = 0$$

$$\longrightarrow \tilde{E}\left(t - \frac{z}{c}\right)$$ als gepulste ebene Welle

mitbewegte Koordinaten motivieren



bei $z > 0$ kommt Licht später an,
und $\Delta t = \frac{z}{c}$.

diese einfache Bewegg. kann schon mitberücksichtigt werden

in den Koordinaten.

$$(z, t) \longrightarrow (\xi, \eta)$$

$$\eta = t - \frac{z}{c} \quad , \quad \xi = z$$

Wellengl. umschreiben:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial \eta}{\partial t}\frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \xi}{\partial t}\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial z}\frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \xi}{\partial z}\frac{\partial}{\partial \xi} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \xi}$$

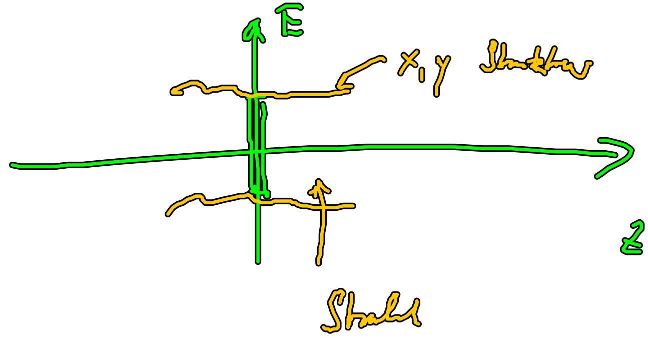
in paraxiale Wgl. einsetzen:

$$\left(\partial_z + \frac{1}{c}\partial_t\right) = \left(-\frac{1}{c}\partial_\eta + \partial_\xi + \frac{1}{c}\partial_\eta\right) = \partial_\xi$$

paraxiale Wellengl. in mitbewegten Koordinaten:

$$\left(\partial_\xi + \frac{1}{2ik_z}\Delta_\perp\right)\hat{E}(\xi, \vec{r}_\perp, \eta) = 0$$

- beschreibt die Ausbreitg. in Ort $\vec{r}_\perp$ und Zeit η für ein vorgegebenes Verteilg bei $\xi = z = 0$



ausbg. QM: Wellenpaket

– viele Lösungen, durch Randbed. festlegen

z. B. Geometrie v. Resonatoren