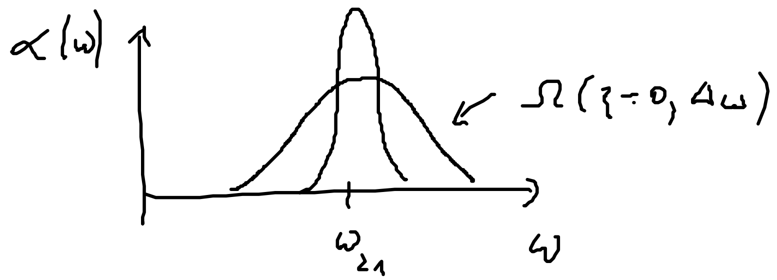
z Z: WW von Licht und Ausbreitung bei resonanter Dipoldichte

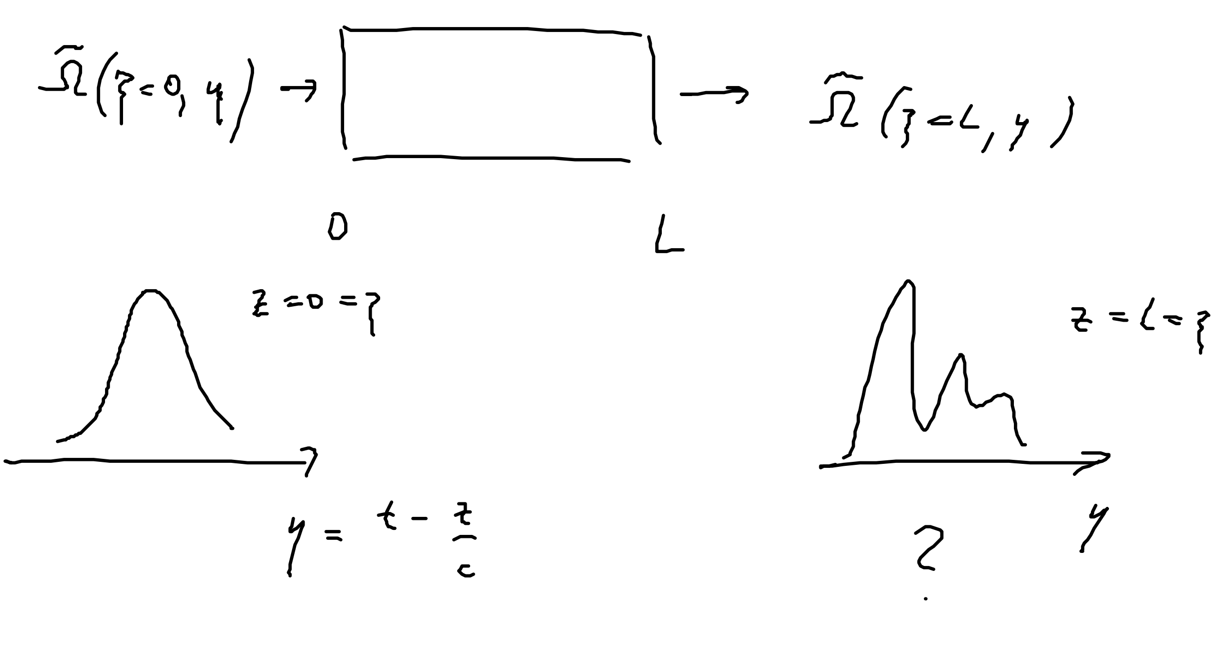


Ausbreitung an Resonanz
um ω_{21}.

Gleichung für Lichtpuls im ω-Raum:

$$\tilde{\Omega}(\Delta\omega) = e^{-\frac{G(\Delta\omega)}{2}\zeta}\,\underline{\Omega(\zeta=0,\Delta\omega)}$$

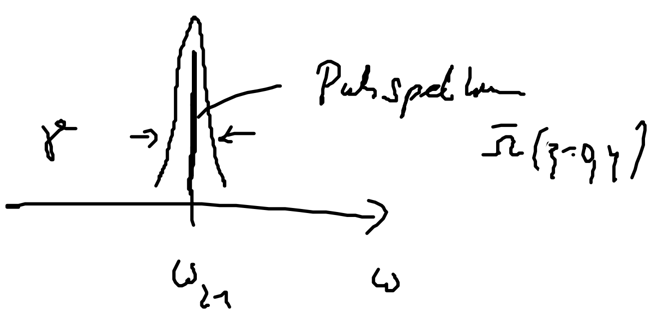
$\tilde{\Omega}(\zeta=0,y)$ = Anfangsbeding. am Beginn der Probe

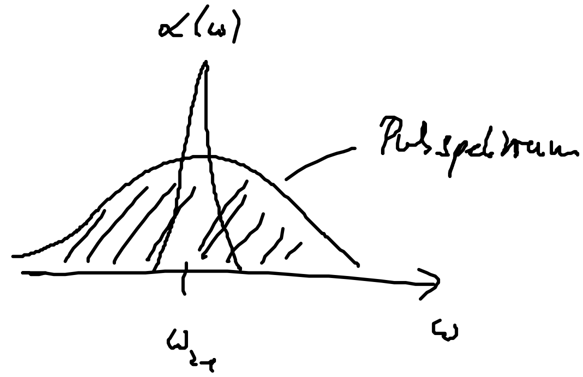


Wie sieht ein Lichtpuls im Zeitraum aus?

2 Fälle unterscheiden

inkohärenter Grenzfall | **kohärenter Grenzfall**





Lorentzlinienbreite $\sim \gamma$

spektrale Pulsbreite $\ll \gamma$ | spektrale Pulsbreite $\gg \gamma$

Wenn die Polarisationsdämpfung γ dominiert ist, spricht man vom inkohärenten Grenzfall,

falls γ nicht wichtig: kohärenter Grenzfall $\quad (\tau_L \ll \gamma^{-1})$

d.h.: $\quad \sigma(\omega) = \dfrac{2\alpha\Delta_0}{\gamma + \underline{i\Delta\omega}} \quad \nearrow \sim \dfrac{1}{i\Delta\omega}$ kohärent

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \searrow \sim \dfrac{1}{\gamma}$ inkohärent

spektrale Komponenten des Pulses

$(\tau_L \gg \gamma^{-1})$

a) inkohärenter Grenzfall

$$\sigma \to \sigma_0 = \frac{2\alpha\Delta_0}{\gamma} = \frac{k_L n_0 (d_{12})^2}{n_L^2 \epsilon_0 \gamma}$$ = konstante, nicht frequenzabhängig

$$\tilde{\Omega}(\xi, \Delta\omega) = e^{-\frac{\sigma(\omega)\xi}{2}} \tilde{\Omega}(\xi = 0, \Delta\omega)$$

$$= e^{-\frac{\sigma_0 \xi}{2}} \tilde{\Omega}(\xi = 0, \Delta\omega)$$

Fouriertrafo: $\longrightarrow$ $$\tilde{\Omega}(\xi, y) = \underbrace{e^{-\frac{\sigma_0 \xi}{2}}}_{\text{Lambert-Beersches Gesetz}} \tilde{\Omega}(\xi = 0, y)$$

$\xi = 0 < \xi_1 < \xi_2$

Pulsform bleibt unverändert, nimmt aber exponentiell ab

b) kohärenter Grenzfall

$$\tilde{\Omega}(\xi, \Delta\omega) = e^{-\frac{\sigma(\omega)\xi}{2}} \tilde{\Omega}(\xi = 0, \Delta\omega)$$

führt zu einer Faltung im Zeitraum

(Gedächtniseffekte!)

$$\sigma(\omega) \xrightarrow[\gamma \to 0]{} -i\frac{2\alpha\xi}{\Delta\omega} \equiv -i\frac{\alpha\xi}{\Delta\omega}$$

$$\tilde{\Omega}(\xi, y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega)\, e^{i\Delta\omega y}\, \overbrace{e^{i\frac{\alpha\xi}{\Delta\omega}}}^{\sigma(\omega)}\, \tilde{\Omega}(\xi=0, \Delta\omega)$$

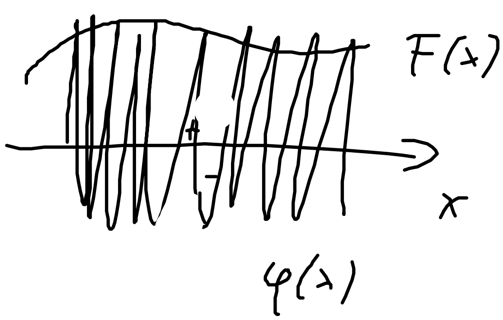
Integral ist nicht mehr einfach lösbar.

Methode der stationären Phase:

wenn Integral:
$$\int dx\, e^{i\varphi(x)}\, F(x)$$

$F(x)$ schwach veränderlich im Vergleich zu $\varphi(x)$ ist,

so mittelt sich vieles weg:



wird aber Beiträge haben an Stellen wo Phase sich nicht so stark ändert; dies ist an den Extrema des Teils

$$\frac{\partial}{\partial x} \varphi \overset{!}{=} 0$$ (stationäre Phase!)

<u>hier</u>: gute Näherg. für $\xi \to$ groß

(große Ausbreitungslänge $\xi = z$)

$$\partial_{\Delta\omega} \left(i \frac{\alpha}{\Delta\omega} \xi + i \Delta\omega y \right) \overset{!}{=} 0$$

$$\to \quad \Delta\omega_0^{\pm} = \pm \sqrt{\frac{\alpha \xi}{y}}$$

2 Punkte der stationären Phase

$$\varphi(\Delta\omega) = i \left(\frac{\alpha}{\Delta\omega} \xi + \Delta\omega y \right)$$

$$\approx i \left(\frac{\alpha}{\Delta\omega_0^{\pm}} \xi + \Delta\omega_0^{\pm} y + \underset{\substack{\parallel \\ 0 \\ \text{lt. Def.}}}{\text{erste Ableitg.}} + \frac{1}{2} \varphi_0'' (\Delta\omega - \Delta\omega_0)^2 \right)$$

wo hängt bei?

$$\varphi''(\Delta\omega_0^{\pm}) = 2\alpha \frac{y^{3/2}}{\xi^{1/2}}$$

$$\tilde{\Omega}(\xi,\eta) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d\Delta\omega \sum_{\pm} e^{i\left(\frac{\alpha}{\Delta\omega_0^{\pm}}\xi + \Delta\omega_0^{\pm}\eta\right)} \underbrace{\tilde{\Omega}(\xi=0, \Delta\omega = \Delta\omega_0^{\pm})\, e^{i\frac{1}{2}\varphi_0''(\Delta\omega-\Delta\omega_0)^2}}_{\text{Gaußintegral, lösbar}}$$

$$= \hat{=} \sqrt{\frac{2\pi i}{\varphi_0''}}$$

Gaußpuls ($\Delta\omega_0^{\pm}$ egal)

$$= \frac{\tilde{\Omega}(\xi=0, \Delta\omega_0)}{2\pi}\left(A_1 e^{i2\sqrt{\alpha\xi\eta}} + A_1^{*} e^{-i2\sqrt{\alpha\xi\eta}}\right)$$

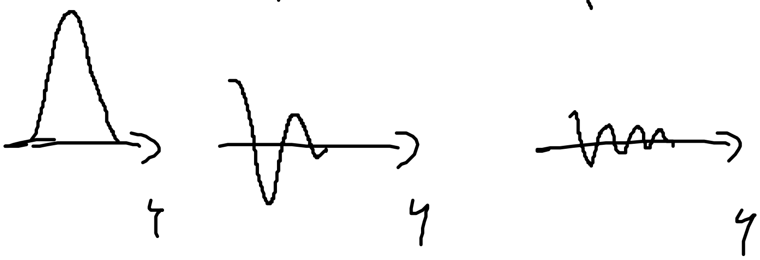
aus $\sqrt{\frac{2\pi i}{\varphi_0''}}$

$$= \frac{\tilde{\Omega}\left(\xi=0, \left(\frac{\alpha\xi}{\eta}\right)^{1/2}\right)}{\pi} \frac{2\alpha\xi^{1/2}}{\eta^{3/2}} \underbrace{\cos\left(2\sqrt{\alpha\xi\eta} + \varphi_0\right)}_{\text{wichtig!}}$$

Offensichtlich oszilliert der Puls in ξ, η (Zeit, Ort).

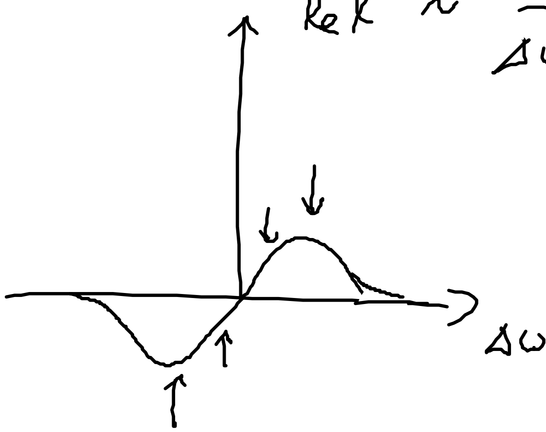
Über der Zeit aufgetragen:

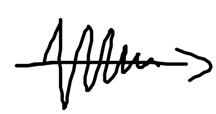
$\zeta = 0 \quad < \quad \zeta < \zeta_1 \quad < \quad \zeta < \zeta_2$



Die zeitlichen Oszillationen lassen sich mit der Interferenz von Brechzahlkomponenten erklären, die am Ende der Probe miteinander interferieren.

$\mathrm{Re}\,\chi \sim \frac{1}{\Delta\omega}$ im Integral



Später führt man $\Theta(y) = \int_{-\infty}^{y} dy' \, \tilde{\Omega}(\zeta, y')$ 

Fläche: $\Theta(\infty) \approx 0 \cdot \pi$

Man spricht von einem Null π Puls.

2. 2. Nichtlineare Pulsausbreitung

Was passiert wenn wir hochintensive Pulse untersuchen?

machen alle auf Basis von Zweiniveausystemen

(Nichtlinearitäten bekannt)

Wellengleichung: (letzte VL)

$$\left(\partial_\xi + \frac{\Delta_4}{2ik_L} + \frac{i}{2} k_L'' \partial_y^2 \right) \tilde{E} = + i \frac{k_L}{2n^2 \varepsilon} \tilde{P}(\xi, y)$$

Dipoldichte der ZNS, d.h. hier tauchen verschiedene NL auf.

$$\tilde{P} = n_0 d_{12} \tilde{\rho}_{12} \longrightarrow \tilde{\rho}_{12} \text{ aus den Dichtematrixgleichungen}$$

Charakter der Nichtlinearität:

resonant

a) ultrakurzzeitlimit

Soliton

b) Rategleichungen

c) stationäre Situationen

nichtresonant

a) Kerreffekt

Selbstfokussierung
Faseroptik: Soliton

b) Mehrphotonenprozesse

c) Höhere Harmonische

d) optische Gleichrichtung

2.2.1. Solitonen bei resonanter Wechselwirkung mit ZNS

Ultrakurz-Limit $\gamma_1, \Gamma \ll \tau_L^{-1}$

$$\tau_L \ll \gamma_1^{-1}, \Gamma^{-1}$$

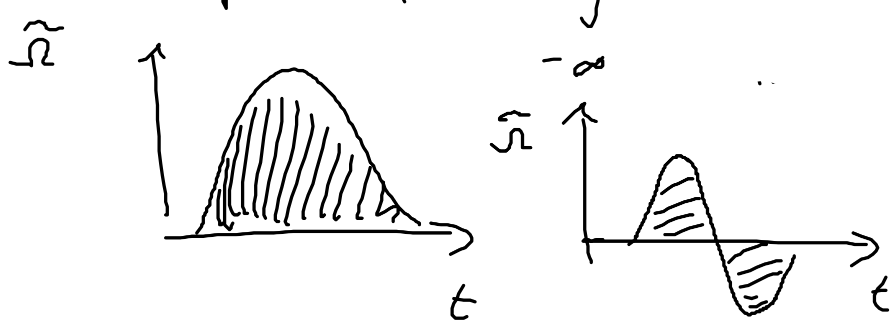
sehr kurze Pulse mit Pulsdauer τ_L

Relaxationsprozesse sind vernachlässigbar

$$\tilde{\rho}_{12}(t) = \frac{i}{2} \sin \left(\underbrace{\int_{-\infty}^{t} dt' \, \tilde{\Omega}(t')} \right)$$

Rabioszillation

Pulsfläche $\Theta(t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \, \tilde{\Omega}(t')$



$\Theta \neq 0$ $\Rightarrow \Theta = 0$

Fläche $\Theta(t)$ für $t \to \infty$ wird nach π klassifiziert, benennt spezielle Pulse die auf System mit einer halben oder vollen Inversion wirken.

Lösung der Amplitudengleichung ohne $\Delta_n \to 0$, $GVD \to 0$

(ebene Welle)

$$\partial_\xi \tilde{\Omega}(\xi,y) = -\beta \sin\left(\int_{-\infty}^{y} dy' \, \tilde{\Omega}(\xi,y') \right)$$

$$\beta = \frac{k_L n_0 |d_{12}|^2}{4 n_L^2 \varepsilon_0}$$

$$\boxed{\partial_\xi \partial_y \, \theta(\xi,y) = -\beta \sin\left(\theta(\xi,y)\right)}$$

Dgl. f. Fläche d. Pulses θ

Sine - Gordon - Gleichung

nichtlineare partielle Differentialgleichung

Spezialfall für <u>solitäre Wellen</u>

Lösungen nichtlinearer Wellengleichungen

die sich forminvariant ausbreiten

(<u>forminvariant</u>: im Volumen existiert keine Verformung der Welle pakets $f\left(t \pm \frac{z}{c}\right)$)

für solitäre Wellen folgender Ansatz:

$$\theta = \theta(\xi, \eta) \equiv \theta\left(s = \eta - \frac{\xi}{v}\right)$$

Geschwindigkeit der solitären Welle ist unbestimmt

Wellengleichg. auf neue Koordinate umschreiben:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} = \overset{=1}{\frac{\partial s}{\partial \eta}} \frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}$$

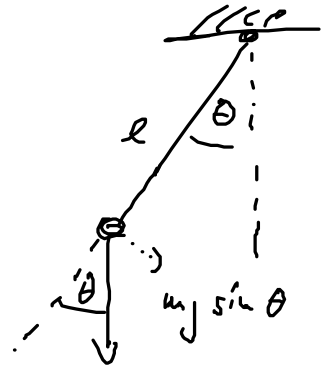
$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial s}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial s} = -\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial s}$$

eingesetzt in nichtlineare Wellengleichung:

$$\partial_\xi \partial_\eta \theta = -\beta \sin\theta \longrightarrow \partial_s^2 \theta = \overset{\frac{1}{\tau^2}}{v\beta} \sin\theta$$

$$\partial_s^2 \theta = \frac{1}{\tau^2} \sin \theta$$

Fadenpendelgleichung:



diese Gleichg. ist sehr gut untersucht (elliptische Integrale)

es existiert 1 Lösg. die unsere RB erfüllt:

$$\tilde{\Omega}(s)\Big|_{s\to\infty} = 0 \quad , \quad \dot{\tilde{\Omega}}(s)\Big|_{s\to\infty} = 0$$

$$\theta(s) = 4 \operatorname{artg}\left(\exp\left(\frac{s-s_0}{\tau}\right)\right) \qquad (s_0 = 0 \text{ OBdA})$$

Beweis durch Einsetzen.

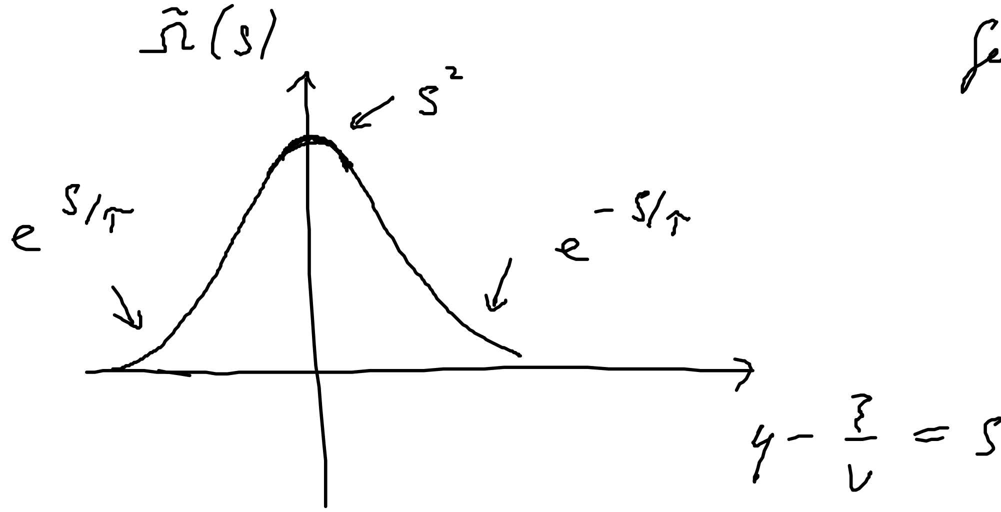
wie sieht der Puls aus?

$$\dot{\theta}(s) = \frac{d}{ds} \int_{-\infty}^{s} ds' \, \tilde{\Omega}(s') = \tilde{\Omega}(s)$$

$$\left\{ \partial_s \operatorname{artg}(x(s)) = \frac{x}{1+x^2}\,\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau}\,\frac{1}{x^{-1}+x} \right.$$

$$= \frac{1}{\tau}\,\frac{1}{e^{-s/\tau}+e^{s/\tau}}$$

τ ist bestimmt d. System-parameter und die Geschwindigkeit d. solitären Welle v



$$\boxed{\tilde{\Omega}(s) = \frac{2}{\tau}\operatorname{sech}\left(\frac{s}{\tau}\right) = \frac{2}{\tau}\left(\frac{2}{e^{s/\tau}+e^{-s/\tau}}\right)}$$

solitärer Puls der sich forminvariant ausbreitet.