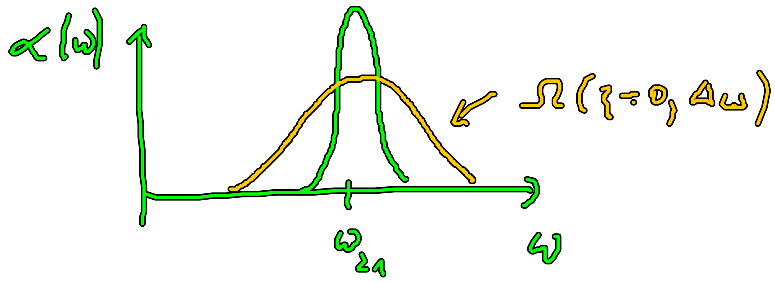
z.T.: WW von Licht und Ausbreitung bei resonanter Dipoldichte

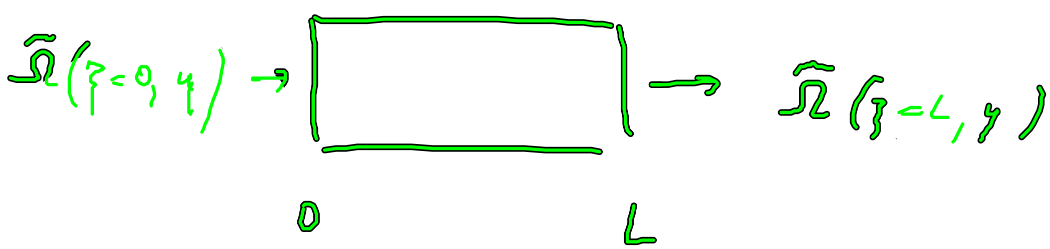


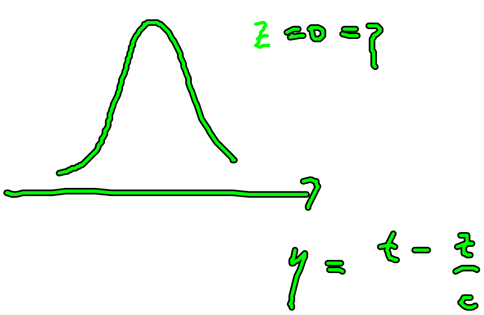
Ausbreitung an Resonanz um ω_{21}.

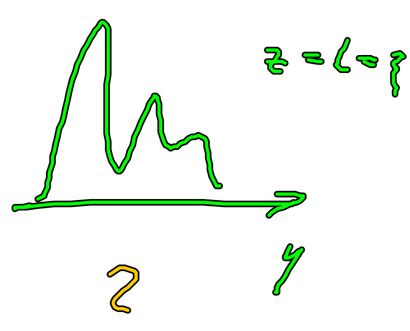
Gleichung für Lichtpuls im ω-Raum:

$$\tilde{\Omega}(\Delta\omega) = e^{-\frac{\sigma(\Delta\omega)}{2}\zeta}\,\underline{\Omega(\zeta=0,\Delta\omega)}$$

$\tilde{\Omega}(\zeta=0,y)$ = Anfangsbeding. am Beginn der Probe



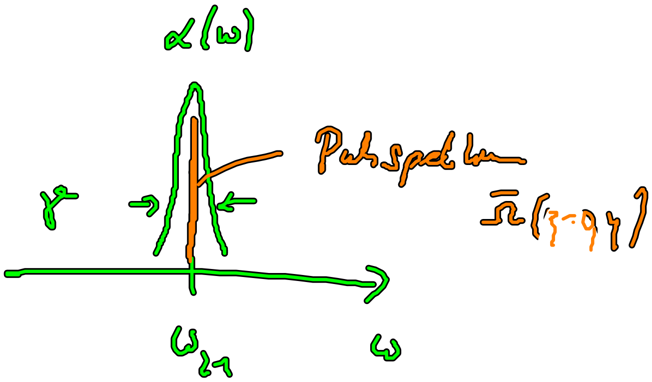




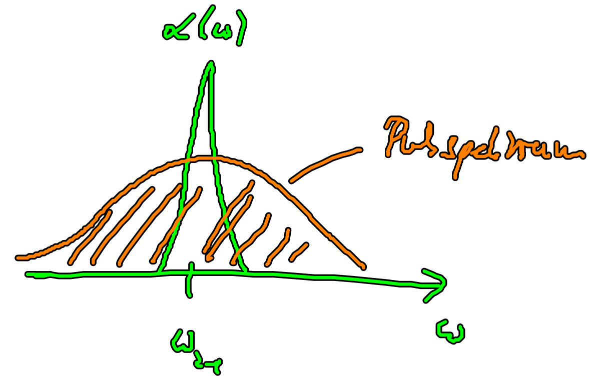
Wie sieht ein Lichtpuls im Zeitraum aus?

2 Fälle unterscheiden

inkohärenter Grenzfall



kohärenter Grenzfall



Lorentzlinienbreite $\sim \gamma$

spektrale Pulsbreite $\ll \gamma$

spektrale Pulsbreite $\gg \gamma$

Wenn die Polarisationsdämpfung γ dominant ist spricht man vom inkohärenten Grenzfall,

falls γ nicht wichtig: kohärenter Grenzfall $(\tau_L \ll \gamma^{-1})$

d.h.: $$\sigma(\omega) = \frac{2\alpha\Delta_0}{\gamma + \underline{\underline{i\Delta\omega}}}$$

$\nearrow \sim \frac{1}{i\Delta\omega}$ kohärent

$\searrow \sim \frac{1}{\gamma}$ inkohärent

$(\tau_L \gg \gamma^{-1})$

spektrale Komponenten des Pulses

a) inkohärenter Grenzfall

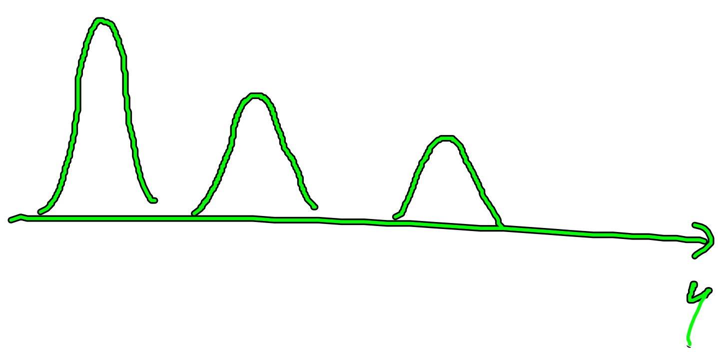
$$\sigma \to \sigma_0 = \frac{2\alpha\Delta_0}{\gamma} = \frac{k_L n_0 (d_{12})^2}{n_L^2 \varepsilon_0 \gamma}$$ = konstante, nicht frequenzabhängig

$$\hat{\Omega}(\xi, \Delta\omega) = e^{-\frac{\sigma(\omega)\xi}{2}} \hat{\Omega}(\xi = 0, \Delta\omega)$$

$$= e^{-\frac{\sigma_0 \xi}{2}} \hat{\Omega}(\xi = 0, \Delta\omega)$$

Fourier trafo: $\longrightarrow$ $$\hat{\Omega}(\xi, y) = \underbrace{e^{-\frac{\sigma_0 \xi}{2}}}_{\text{Lambert-Beer'sches Gesetz}} \hat{\Omega}(\xi = 0, y)$$

$\xi = 0 < \xi_1 < \xi_2$



Pulsform bleibt unverändert, nimmt aber exponentiell ab

b) kohärenter Grenzfall

$$\hat{\Omega}(\xi, \Delta\omega) = e^{-\frac{\sigma(\omega)\xi}{2}} \hat{\Omega}(\xi = 0, \Delta\omega)$$

führt zu einer Faltung im Zeitraum

(Gedächtniseffekte!)

$$\sigma(\omega) \xrightarrow[\xi \to 0]{} -i\frac{2\alpha\xi}{\Delta\omega} \equiv -i\frac{\alpha\xi}{\Delta\omega}$$

$$\tilde{\Omega}(\xi, y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega)\, e^{i\Delta\omega y}\, e^{i\overbrace{\frac{\alpha\xi}{\Delta\omega}}^{\sigma(\omega)}}\, \tilde{\Omega}(\xi=0, \Delta\omega)$$

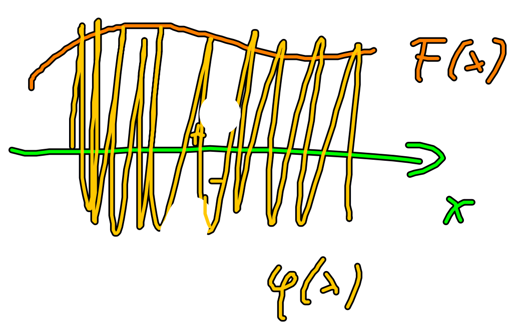
Integral ist nicht mehr einfach lösbar.

Methode der stationären Phase:

wenn Integral: $\int dx\, e^{i\varphi(x)} F(x)$

$F(x)$ schwach veränderlich im Vergleich zu $\varphi(x)$ ist,

so mittelt sich vieles weg:



wird aber Beiträge haben an Stellen wo Phase sich nicht so stark ändert; dies ist an den Extrema des Teils

$$\frac{\partial}{\partial x}\varphi \overset{!}{=} 0 \quad (\text{stationäre Phase!})$$

hier: gute Näherung für $\xi \to$ groß

(große Ausbreitungslänge $\xi = z$)

$$\partial_{\Delta\omega}\left(i\frac{\alpha}{\Delta\omega}\xi + i\,\Delta\omega\, y\right) \overset{!}{=} 0$$

$$\rightarrow \quad \Delta\omega_0^{\pm} = \pm\sqrt{\frac{\alpha\xi}{y}}$$

2 Punkte der stationären Phase

$$\varphi(\Delta\omega) = i\left(\frac{\alpha}{\Delta\omega}\xi + \Delta\omega\, y\right)$$

$$\approx i\left(\frac{\alpha}{\Delta\omega_0^{\pm}}\xi + \Delta\omega_0^{\pm} y + \underset{\substack{\| \\ 0 \\ \text{lt. Def.}}}{\text{erste Ableitg.}} + \frac{1}{2}\varphi_0''\left(\Delta\omega - \Delta\omega_0^{\pm}\right)^2\right)$$

wie beitragen?

$$\varphi''(\Delta\omega_0^{\pm}) = 2\alpha\,\frac{y^{3/2}}{\xi^{1/2}}$$

$$\tilde{\Omega}(\xi,\eta) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d\Delta\omega \sum_{\pm} e^{i\left(\frac{\alpha}{\Delta\omega_0^{\pm}}\xi + \Delta\omega_0^{\pm}\eta\right)}\, \tilde{\Omega}(\xi=0, \Delta\omega = \Delta\omega_0^{\pm})\, e^{i\frac{1}{2}\varphi_0''(\Delta\omega-\Delta\omega_0)^2}$$

Gaußintegral, lösbar

$$= \hat{=} \sqrt{\frac{2\pi i}{\varphi_0''}}$$

Gaußpuls ($\Delta\omega_0^{\pm}$ egal)

$$= \frac{\tilde{\Omega}(\xi=0, \Delta\omega_0)}{2\pi}\left(A_1 e^{i2\sqrt{\alpha\xi\eta}} + A_1^{*} e^{-i2\sqrt{\alpha\xi\eta}}\right)$$

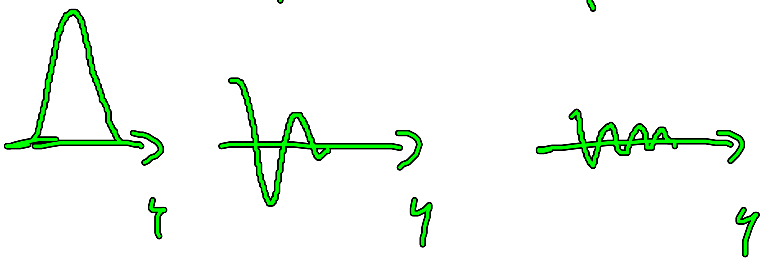
aus $\sqrt{\frac{2\pi i}{\varphi_0''}}$

$$= \frac{\tilde{\Omega}\left(\xi=0, \left(\frac{\alpha\xi}{\eta}\right)^{1/2}\right)}{\pi}\,\frac{2\alpha\xi^{1/2}}{\eta^{3/2}}\, \underbrace{\cos\left(2\sqrt{\alpha\xi\eta}+\varphi_0\right)}_{\text{wichtig!}}$$

Offensichtlich oszilliert der Puls in ξ, η (Zeit, Ort).

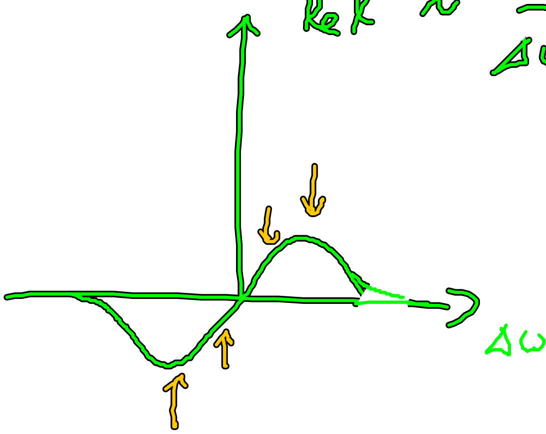
Über der Zeit aufgetragen:

$\xi = 0 \quad < \quad \xi < \xi_1 \quad < \quad \xi < \xi_2$



Die zeitlichen Oszillationen lassen sich mit der Interferenz von Breitzahlkomponenten erklären, die am Ende der Probe miteinander interferieren.

$\mathrm{Re}\,\chi \sim \frac{1}{\Delta\omega}$ im Integral



Später fühlt man $\Theta(y) = \int_{-\infty}^{y} dy' \, \tilde{\Omega}(\xi, y')$

Fläche: $\Theta(\infty) \approx 0 \cdot \pi$

Man spricht von einem Null π Puls.

2.2. Nichtlineare Pulsausbreitung

Was passiert wenn wir hochintensive Pulse untersuchen?

werden alle auf Basis von Zweiniveausystemen

(Nichtlinearitäten bekannt)

<u>Wellengleichung:</u> (letzte VL)

$$\left(\partial_z + \frac{\Delta_y}{2ik_L} + \frac{i}{2}k_L''\partial_t^2\right)\hat{E} = +i\frac{k_L}{2n^2\varepsilon}\hat{P}(z,t)$$

Dipoldichte der ZNS, d.h. hier tauchen verschiedene NL auf.

$$\hat{P} = n_0 d_{12}\hat{\rho}_{12} \longrightarrow \hat{\rho}_{12} \text{ aus den Dichtematrixgleichungen}$$

Charakter der Nichtlinearität:

<u>resonant</u>

a) Ultrakurzzeitlimit

Soliton

b) Ratengleichungen

c) stationäre Situationen

<u>nichtresonant</u>

a) Kerreffekt

Selbstfokussierung

Faseroptik: Soliton

b) Mehrphotonenprozesse

c) Höhere Harmonische

d) optische Gleichrichtung

2.7.1. Solitonen bei resonanter Wechselwirkung und ZNS

Ultrakurz Limit $\gamma_1, \Gamma \ll \tau_L^{-1}$

$$\tau_L \ll \gamma_1^{-1}, \Gamma^{-1}$$

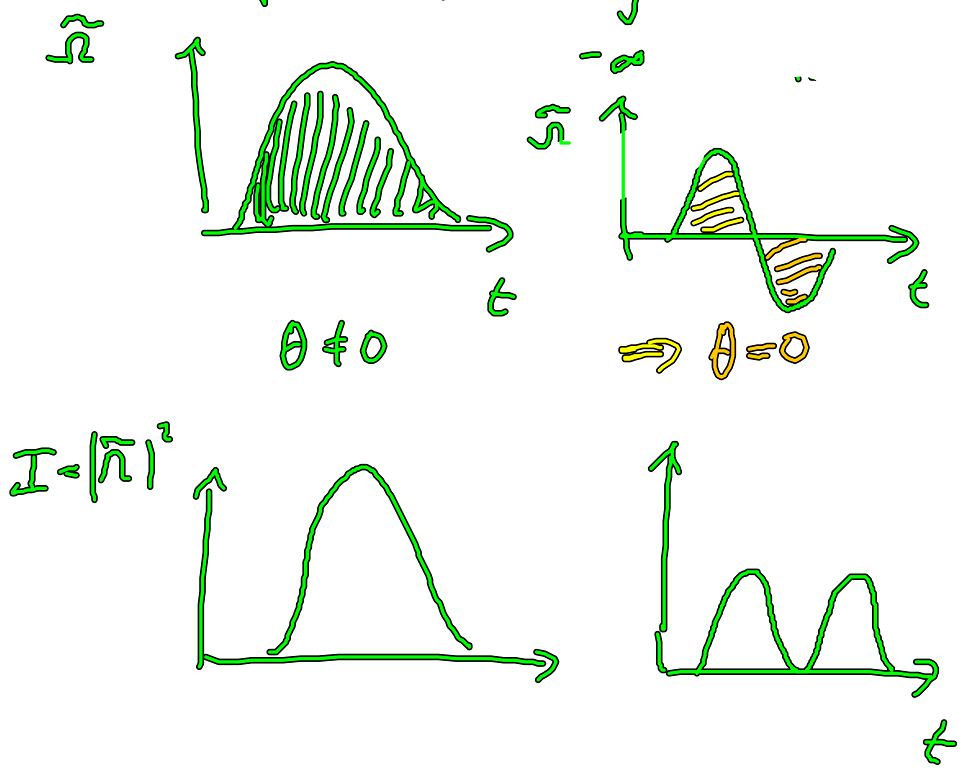
sehr kurze Pulse mit Pulsdauer τ_L

Relaxationsprozesse sind vernachlässigbar

$$\tilde{\rho}_{12}(t) = \frac{i}{2} \sin \left(\underbrace{\int_{-\infty}^{t} dt' \, \tilde{\Omega}(t')} \right)$$

Rabioszillationen

Pulsfläche $\Theta(t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \, \tilde{\Omega}(t')$



Fläche $\Theta(t)$ für $t \to \infty$ wird nach π klassifiziert, benennt spezielle Pulse die auf System und eine halbe oder volle Inversion wirken.

Lösung der Amplitudengleichung ohne $\Delta_u \to 0$, GVD $\to 0$
(ebene Welle)

$$\partial_\xi \tilde{\Omega}(\xi,y) = -\beta \sin\left(\int_{-\infty}^{y} dy' \, \tilde{\Omega}(\xi,y') \right)$$

$$\beta = \frac{k_L n_0 |d_{12}|^2}{4 n_L^2 \varepsilon_0}$$

$$\boxed{\partial_\xi \partial_y \Theta(\xi,y) = -\beta \sin(\Theta(\xi,y))}$$

nichtlineare partielle Differentialgleichung

Dgl. f. Fläche d. Pulses Θ

Sine-Gordon-Gleichung

Spezialfall für <u>solitäre Wellen</u>

Lösungen nichtlinearer Wellengleichungen
die sich forminvariant ausbreiten

(<u>forminvariant</u>: im Volumen existiert keine Verformung des Wellenpakets $f\left(t \pm \frac{z}{c}\right)$)

für solitären Wellen folgender Ansatz :

$$\theta = \theta(\xi, \eta) = \Theta\left(s = \eta - \frac{\xi}{v}\right)$$

Geschwindigkeit der solitären Welle
ist unbestimmt

Wellengleichung auf neue Koordinate umschreiben :

$$\frac{\partial}{\partial \eta} = \overbrace{\frac{\partial s}{\partial \eta}}^{=1} \frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}$$

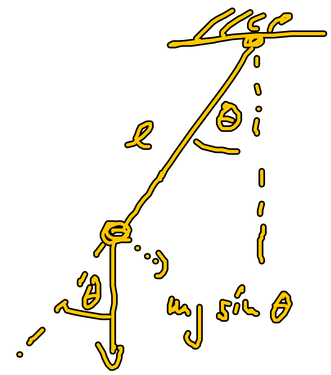
$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial s}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial s} = -\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial s}$$

eingesetzt in nichtlinearen Wellengleichung :

$$\partial_\xi \partial_\eta \theta = -\beta \sin\theta \longrightarrow \partial_s^2 \theta = v\underbrace{\beta}_{\frac{1}{\tau^2}} \sin\theta$$

$$\partial_s^2 \theta = \frac{1}{\tau^2} \sin\theta$$

Fadenpendelgleichung:



diese Gleichg. ist sehr gut untersucht (elliptische Integrale)

es existiert 1 Lösg. die unsere RB erfüllt:

$$\hat{\Omega}(s)\Big|_{s\to\infty} = 0 \;, \quad \dot{\hat{\Omega}}(s)\Big|_{s\to\infty} = 0$$

$$\theta(s) = 4 \operatorname{artg}\left(\exp\left(\frac{s-s_0}{\tau}\right)\right) \qquad (s_0 = 0 \text{ OBdA})$$

Beweis durch Einsetzen.

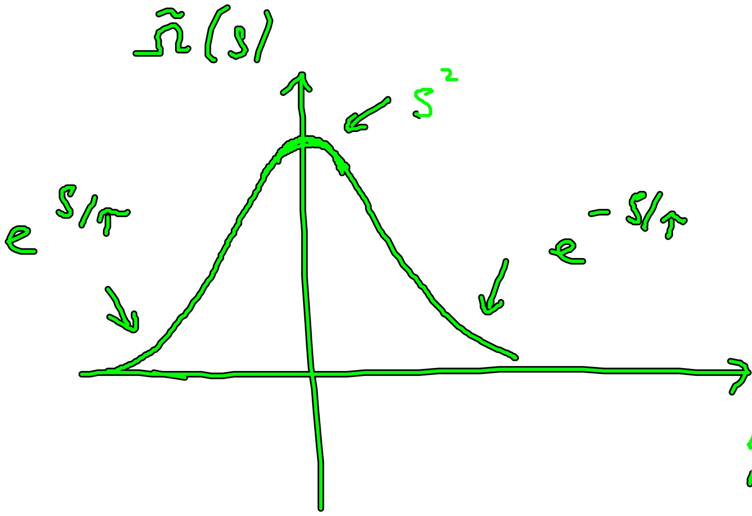
wie sieht der Puls aus?

$$\dot{\theta}(s) = \frac{d}{ds} \int_{-\infty}^{s} ds' \, \hat{\Omega}(s') = \hat{\Omega}(s)$$

$$\partial_s \operatorname{artg}(x(s)) = \frac{x}{1+x^2}\,\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau}\,\frac{1}{x^{-1}+x}$$

$$= \frac{1}{\tau}\,\frac{1}{e^{-s/\tau}+e^{s/\tau}}$$

τ ist bestimmt d. Systemparameter und die Geschwindigkeit d. solitäre Welle v



$$\boxed{\tilde{\Omega}(s) = \frac{2}{\tau}\operatorname{sech}\left(\frac{s}{\tau}\right) = \frac{2}{\tau}\left(\frac{2}{e^{s/\tau}+e^{-s/\tau}}\right)}$$

solitärer Puls der sich forminvariant ausbreitet.