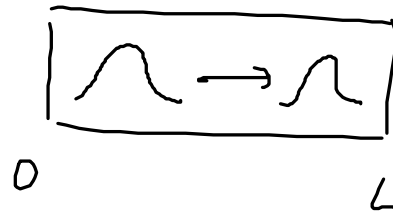


### 3. Wechselwirkung von strahlenden Systemen

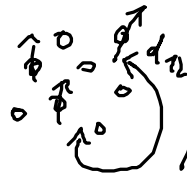
- bisher ausgedehnte Strukturen:



Ausbreitung von Licht

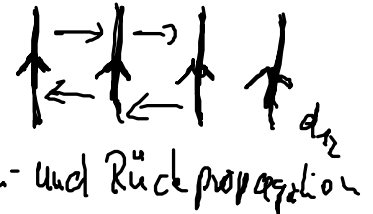
- viele Beispiele f. voneinander räumlich isolierte Systeme:

gekoppelte Dipole



Abstrahlung  $\rightarrow$  Wechselwirkg.

gekoppelte Dipolschichten



Hin- und Rückpropagation

Frage: Einfluß von Strahlungskopplung auf isolierte Systeme

#### 3.1. Strahlungsdämpfung in gekoppelten atomaren Systemen

- Ausbreitung von strahlenden atomaren Dipolen

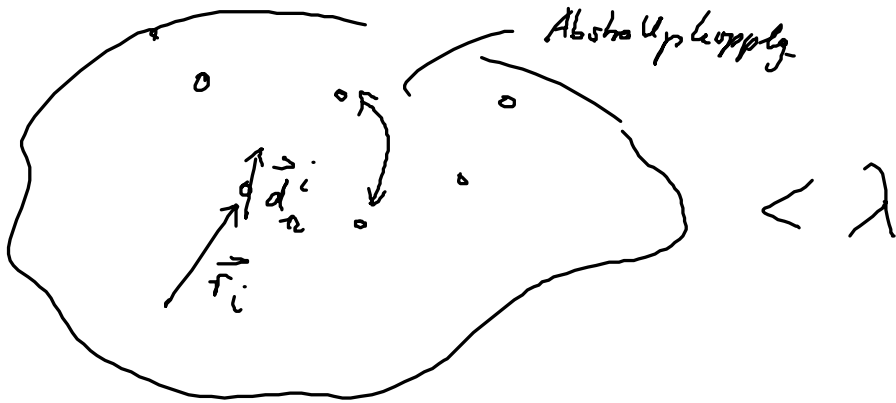
- wenn Dipoloszillation aufhört, so kommt es durch Abstrahlung zu Energieverlust (Maxwellgl + Diracmaxingl.)

$\downarrow$

# "Strahlungs-dämpfung"

Dipol dichte

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{d}_{12}^i p_{12}^i(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i)$$

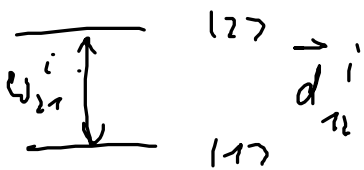


$i$ -ter Dipol am Ort  $\vec{r}_i$

für jede Dipol  $\exists$  Dichte unax. Gleichungen (lineare Optik)

$$\dot{p}_{12}^i(t) = -i \omega_{21}^i p_{12}^i + i \underline{\underline{\vec{d}_{21}^i}} \cdot \vec{E}(\vec{r}_{i1}, t) / \epsilon_0$$

↑



$i$ -ter Atom

ebenso bestimmt durch alle  
andere Dipol

dieses  $\vec{E}(\vec{r}_{i1}, t)$  wird durch die Maxwellgl. bestimmt.

die Dipoldichte bestimmt  $\vec{E}$ :

$$\square \vec{E} = \underbrace{\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{p}}{t} - \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \nabla \cdot \vec{p}}_{Q(\vec{r}, t)} \quad \text{für gesamten Raum} \\ \text{giltig } E(\vec{r}, t)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \int d^3r' \frac{\vec{Q}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \text{Analog retardiertes} \\ \text{Potential (ED)}$$

Ziel gemeinsame Lösung von  $\rho_{12}^i$  und  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ :  
wird im Fourierreum erledigt.

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = -\frac{1}{4\pi} \int dt \int d^3r' \frac{\vec{Q}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \begin{matrix} i\omega t \\ e \\ FT \end{matrix}$$

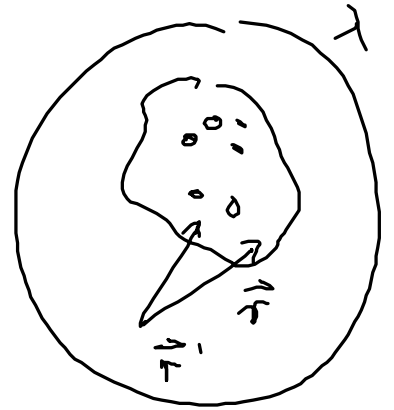
Substitution:  $t \rightarrow t + \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$  in Zeitintegral

$$= -\frac{1}{4\pi} \int d^3r' \frac{\vec{Q}(\vec{r}', \omega)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} e^{+i\frac{\omega}{c} |\vec{r} - \vec{r}'|}$$

führt Auswertung von Dipolen die eine Ausdehnung

Wies es  $\lambda$  der Resonanzfrequenz  $\omega_{21}^i$  hat

$$\frac{\omega}{c} = k \sim \frac{1}{\lambda} \rightarrow \underbrace{\frac{\omega}{c} |\vec{r} - \vec{r}'|}_{\ll 1}$$



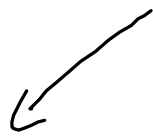
$$= -\frac{1}{4\pi} \int d^3 r' \left( \underbrace{\frac{\vec{Q}(\vec{r}', \omega)}{|\vec{r} - \vec{r}'|}}_{\text{describes E-Radiation}} + i \frac{\omega}{c} \underbrace{\vec{Q}(\vec{r}', \omega)}_{\text{describes the radiation condition}} \right)$$

beschreibt E-Radiation

beschreibt die Strahlungsbedingung

von  $\omega_{21}^i$ , Wert reell

, Wert imaginär



(Sind man durch formale Einsetze in  $\vec{p}_2(\omega)$ )

ignorieren

(siehe QM II)

Zweite Zeitableitung in  $\mu_0 \frac{d^2 \vec{p}}{dt^2}$

$$\int d^3 r' Q(\vec{r}', \omega) = -\omega^2 \mu_0 \int d^3 r' \vec{P}(\vec{r}', \omega)$$

$$- \frac{1}{\epsilon_0} \int d^3 r' \vec{\nabla}' \cdot \vec{\nabla}' \cdot \vec{P}(\vec{r}', \omega)$$

das erste Term wird nehmen, das zweite ändert nicht Physik,

aus der Verfaktori

$\vec{p}$  einsetzen



$$= -\omega^2 \mu_0 \int d^3 \vec{r}' \sum_i d_{12}^i p_{12}^i(\omega) \delta(\vec{r}' - \vec{r}_i)$$

$$= -\omega^2 \mu_0 \sum_i d_{12}^i p_{12}^i(\omega)$$

damit findet man f. E-Feld:

$$\underline{\vec{E}(\vec{r} \approx 0, \omega)} = -\frac{i}{4\pi} \frac{\omega}{c} (-\omega^2 \mu_0) \sum_i d_{12}^i p_{12}^i(\omega)$$

$$= \frac{i \omega^3 \mu_0}{4\pi c} \sum_i d_{12}^i \underline{p_{12}^i(\omega)}$$

Das Feld des Dipols ist durch Dipole selbst angedichtet,  
kann in  $p_{12}^i(\omega)$  eingerechnet werden:

eb. von  
außen  
↑

$$\vec{E}(\vec{r}_i, t) + \vec{E}_0(\vec{r}_i, t)$$

$$\underline{-i \omega p_{12}^i(\omega)} = -i \omega_{21}^i p_{12}^i(\omega) - d_{21}^i \cdot \left[ \frac{\omega^3 \mu_0}{c 4\pi \epsilon_0} \sum_u \vec{d}_{12}^u p_{12}^u(\omega) \right]$$

Gleichg. hängt nur noch von  $p_{12}(\omega)$  ab

(i) alle Dipole identisch:  $p_{12}^i = p_{12}$ ,  $d_{12}^i = d_{12}$ ,  $\omega_{21}^i = \omega_{21}$

(ii) rotativ ware approximativ  $\omega^3 \rightarrow \omega_{21}^3$

$$\partial_t p_{12}(t) = -i\omega_{21} p_{12}(t) - \underbrace{\gamma_{\text{rad}} \sum_{n=1}^N p_{12}(t)}_N$$

$$\partial_t p_{12} = -i\omega_{21} p_{12} - N \gamma_{\text{rad}} p_{12} \quad p_{12} = \tilde{p}_{12} e^{i\omega_{21} t}$$

$$\gamma_{\text{rad}} = |d_{12}|^2 \frac{\omega_{21}^3 \mu_0}{c^3 \hbar t}$$

$$\partial_t p_{12} \approx \tilde{p}_{12} i\omega_{21} e^{i\omega_{21} t} \approx i\omega_{21} p_{12}$$

Oszillat. gleichg. die gekümpft ist durch die Abstrahlg. der Energie

Bemerkung:

a) ein Dipol:  $N=1$ , so zerfällt die Dipolstrahlung in  $\gamma_{\text{rad}}$

b) viele Dipole:  $N \neq 1$ , so zerfällt die Dipolstrahlung in  $N \gamma_{\text{rad}}$

das passiert aufgrund der phasen gekochte Überlagerung der Dipole.

das kann in Farfeld beobachtet werden:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \frac{\vec{Q}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \left| \begin{array}{l} \vec{r}' \ll \vec{r} \end{array} \right.$$

$$\approx -\frac{\mu_0}{4\pi r} \int d^3r' \ddot{\vec{p}}(\vec{r}', t - \frac{r}{c})$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi r} \int d^3r' \sum_i d_{12}^i \delta(\vec{r}' - \vec{r}_i) \ddot{p}_{12}^i(t - \frac{r}{c})$$

$$= \frac{\mu_0 \omega_{12}^2}{4\pi r} N \underbrace{e^{-i\omega_{12}(t - \frac{r}{c})} - r_{\text{rad}} N(t - \frac{r}{c})}_{\text{freie Oszillation}} (t - \frac{r}{c})$$

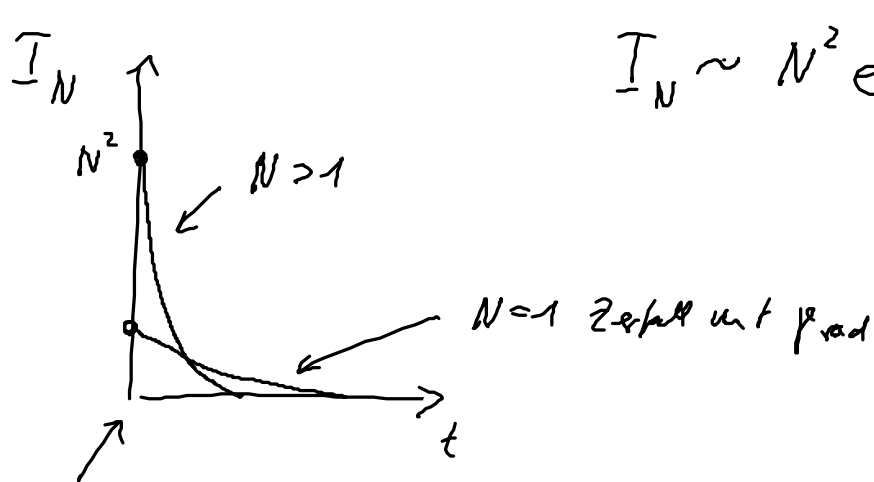
freie Oszillation von  $p_{12}(t)$

Bemerk.

a) Abschätz ein Kugelwell mit  $\omega_{12}$  und

zeitliche exp. - Form

6) zeitlich darstellte der Intensität von  $N$ -Dipolen



$$I_N \sim N^2 e^{-2N\gamma_{\text{rad}} \left(t - \frac{\tau}{2}\right)}$$

Dipol  $p_{12} \neq 0$  bei  $t=0$

$N > 1$  : Intensität zerfällt mit  $e^{-2N\gamma_{\text{rad}} t}$   
 stabilisiert um  $N^2$

Judiziere f. Kohärenz (phase geordnete) Abstrahlung  
 von  $N$  stattdes Systemen  $< 1$

Manchmal: „Superradianz“

Unterschied zur gen. Beschreibg.:

- für  $p_{12} \neq 0$  bei  $t=0 \rightarrow$  dasselbe Ergebnis



- für  $\rho_{12} = 0$  bei  $t = 0 \rightarrow$  klassische Abstrahlung findet nicht statt

$\rho_{22} \neq 0$  bei  $t = 0 \rightarrow$  — 4 —

quantenmechanisch:

$\rho_{22} \neq 0 \rightarrow$  spontane Emission mögl.

$\rightarrow$  fñh aut in  $\rho_{rad} \rightarrow \underline{N \rho_{rad}}$

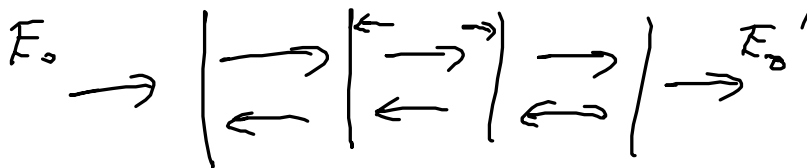
$\underline{I_1} \rightarrow \underline{N^2 I_1}$

$I_N \sim \underline{\text{sech}} ( )$  gibt den Zeitverlauf

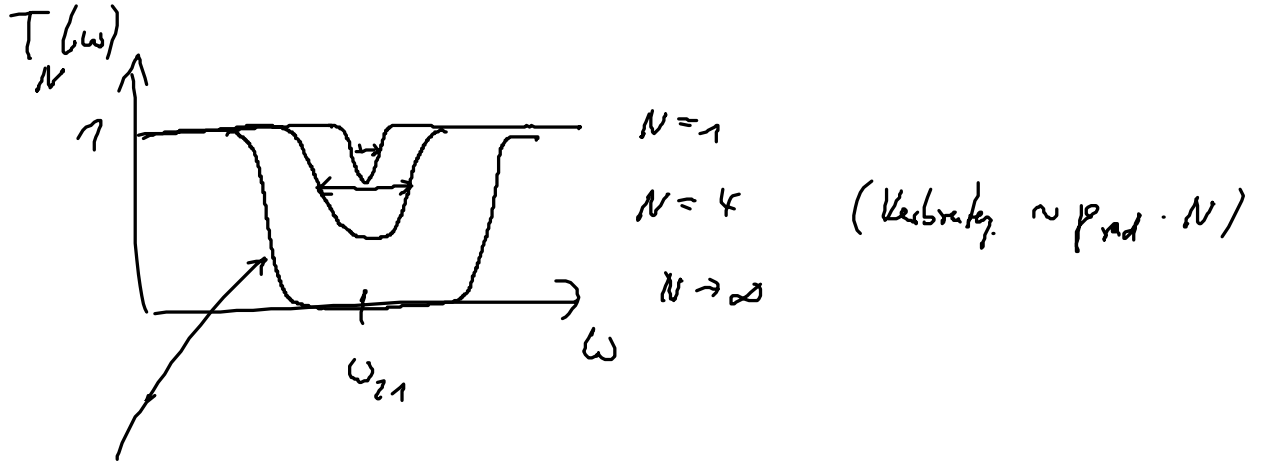
„Dicke - Superradianz“

### 3.2. Effekt bei Ausbreitung in Dipol-Schicht

$\lambda/2$  analog Effekt in Superradianz



Hin und her laufende Wellen



photonic Band lücke

Transmission ist Null

„Bragg-Struktur“