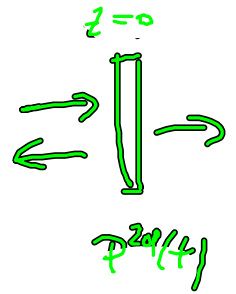


Erinnerung: Signale an dünner Schicht:



$$E(z=0, t) = \underbrace{\bar{E}_0(z=0, t)}_{\text{eingeschränktes Feld}} - \underbrace{\frac{1}{2\epsilon_0 c} \dot{P}^{zd}(t)}_{\text{Dipoldichte am Ort d. Schicht}}$$

- eingeschränktes Feld wird durch Dipoldichte rekonstruiert
- Abschattungseffekte führen zur Dipoldämpfung, explizit:

e/ Dämpfung d. Dipoloszillation

$$P^{zd} = \kappa_0 P^{\pm}, \text{ wobei:}$$

$$P^{\pm} = d_{12} p_{12} \pm d_{21} p_{21} \quad (\text{Bsp. Zweisystem})$$

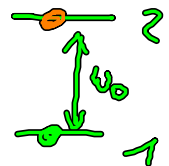
explizit folgende f. P^{zd} ableiten:

$$\dot{p}_{12} = i\omega_{12} p_{12} + i\Omega_{21} \Delta$$

$$d_{ii} = 0, \quad d_{ij} \neq 0 (i \neq j)$$

$$\dot{p}_{21} = -i\omega_{12} p_{21} - i\Omega_{12} \Delta$$

$$p_{12} - p_{22} \equiv \Delta \begin{matrix} > 0 \\ < 0 \end{matrix} : \begin{matrix} \text{"System unten"} \\ \text{"System oben"} \end{matrix}$$



$$\dot{p}^+ = i\omega_0 p^- \quad , \quad \Omega_{R2} = \frac{EA|d_{12}|}{\hbar} \quad , \quad \omega_{R2} = -\omega_0$$

$$\dot{p}^- = i\omega_{R2} p^+ + i \frac{2|d_{12}|^2}{\hbar} E(t) \Delta$$

Quantenmechanik

$$\ddot{p}^+ = -\omega_0^2 p^+ + \frac{2\omega_0 |d_{12}|^2}{\hbar} E(t) \cdot \Delta$$

freie Oszillation

Treibkraft

Oszilliert!

$$E \rightarrow \bar{E}_0 - \frac{q_0}{2\epsilon_0 c} \dot{p}^+$$

↓

$$\underbrace{\ddot{p}^+ + \gamma \dot{p}^+ + \omega_0^2 p^+}_{\text{Oszillat. gleich.}} = \underbrace{\frac{2\omega_0 |d_{12}|^2}{\hbar} E_0 \Delta}_{\text{Treibkraft mit externen Feld}}$$

Abstrahlung d. Dipol durch ist $i\gamma$

$$\gamma = \frac{4}{3} \frac{q_0^2 \omega_0^3 |d_{12}|^2}{\epsilon_0 \hbar^3 c^3} \Delta$$

Stoßdämpfung d. atomaren ZNS
durch Dipolabstrahlung.

↳ gibt natürlich auch Dämpfungprozesse.

stimulierte Emission: $\Delta < 0$

→ Beschreibung d. Oszillators

IV Lineare Optik, lineare Signale

$$\text{lineare Optik} \equiv \underline{\vec{P}} = \epsilon_0 \overset{\uparrow}{\chi} \overset{\uparrow}{\vec{E}} = \epsilon_0 \sum_{ij} \chi_{ji} \overset{\uparrow}{E_i} \overset{\uparrow}{\vec{e}_j}$$

\uparrow Suszeptibilitätstensor χ

\vec{E} nur in endl. Pot. z!

$$\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E}$$

\uparrow Leitfähigkeitstensor

allgemeinere Ansicht nur im ω -Raum

~~$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 \chi(t) \vec{E}(t)$$~~

$$\vec{P}(\omega) = \epsilon_0 \hat{\chi}(\omega) \vec{E}(\omega)$$

1. Brechzahlbeschreibung

Wellengleich in Frequenzraum

$$\Delta \vec{E}(\omega) - \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\omega) = \mu_0^{-1} \omega^2 \vec{P}(\omega)$$

- " -

$$= -\mu_0 \omega^2 \epsilon_0 \hat{\chi}(\omega) \vec{E}(\omega)$$

$$\Delta \vec{E}(\omega) - \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\omega) + \hat{\mu}^2 \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\omega) = 0$$

$\hat{\mu}^2$ Def. d. Brechzahl n

$$\hat{\mu}^2 = 1 + \hat{\chi}(\omega)$$

isotrop: $n = \sqrt{1 + \hat{\chi}(\omega)}$

2. Linear Antwort v. Dielektrika (Dipolnäherung)

$$\vec{P} = \epsilon_0 \sum_{em} \vec{d}_{em} \rho_{em}$$

↑ ↑ ↑
 Atombesetzung Dipolbesetzung Dichtefaktor

$$\dot{\rho}_{em} = i\omega_{em} \rho_{em} - i \sum_k (\underbrace{\Omega_{ek}}^* \rho_{km} - \Omega_{km} \rho_{em}) - \rho_{em} \rho_{em}$$

↑ ↑
 alle ρ_{em} sind Funktionen v. \vec{r}, t ↑ ↑
↑ ↑ ↑
↑ ↑ ↑
↑ ↑ ↑

$$\rho_{em}(\vec{r}, t), \quad \Omega_{em}^* = \frac{\vec{d}_{em} \cdot \vec{E}(t)}{t}$$

Polarisier

Linear Optik, wenn rot: $\rho_{pm} = \sum_{lm} \rho_{lm} = \sum_{lm} \delta_{lm} \rho_{lm}$

AB: $\rho_{pm} = 0$ — 0

$\rho_{pm} = 1, 0$ — 1

$\dot{\rho}_{pm} = \underline{\underline{\Omega \rho_{pm}}}$ \leftarrow Only \vec{E}^2
 (wichtig)

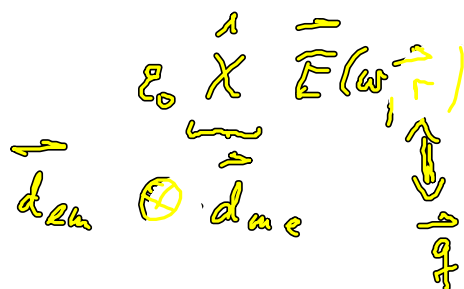
↳ Kramers aus für ω -Raum: , alle (ω)

$-i\omega \rho_{pm} = i\omega_{pm} \rho_{pm} - i(\Omega_{pm}^* \rho_{pm} - \Omega_{pm} \rho_{pm}) - \rho_{pm} \rho_{pm}$

$\rho_{pm}(\omega) = \frac{\vec{E}(\omega) \cdot \vec{d}_{pm}}{\hbar} \frac{-i(\rho_{pm} - \rho_{pm}^*)}{-i(\omega_{pm} + \omega) + \rho_{pm}}$ $\rho_{pm} \equiv \rho_{pm}$

$\vec{P}(\omega) = \epsilon_0 \sum_{l,m} \vec{d}_{lm} \frac{\vec{E}(\omega) \cdot \vec{d}_{lm}}{\hbar} \frac{-i(\rho_{pm} - \rho_{pm}^*)}{-i(\omega_{pm} + \omega) + \rho_{pm}}$
 $\rho_{pm} \equiv \rho_{pm}$
 $\rho_{pm} \equiv \rho_{pm}$
 $\rho_{pm} \equiv \rho_{pm}$

Tensor charakter



in allgen $\chi_{ij}(\omega, \varphi) \uparrow$
 \uparrow Fertigungs optik

ein fester Ansatz: $\vec{d}_{em} \parallel \vec{E}$ isotropes Medium

$$\chi(\omega) = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \sum_{l,m} \frac{|\vec{d}_{em}|^2 (\rho_m - \rho_l)}{\omega + (\omega_l - \omega_m) + i\gamma_{lm}}$$

Seitenspezifität f. quantisiertes isotropes Medium
 "lineare Response"

1. Bsp χ in 2 Niveausystem

$l, m = 1, 2$, $d_{lm} \neq 0$ nur f. $l \neq m$

$$\chi(\omega) = \mu_0 \frac{|d_{12}|^2 (\rho_2 - \rho_1)}{\epsilon_0} \frac{2\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma_{12} + \gamma_{12}^2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Jensen'sche}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Resonanzdifferenz}}$

Quantenmechanik \rightarrow Vorsicht

optisch transparent $\Theta \rightarrow \ominus$
 (Halbleiter)

$$\rho_2 > \rho_1$$

Gedächtnis

—



$$\rho_1 > \rho_2$$

2. Beispiel

Rotating Wave Approximation

Drehwellenapproximation

$$\omega_0 = -\omega_2 > 0$$

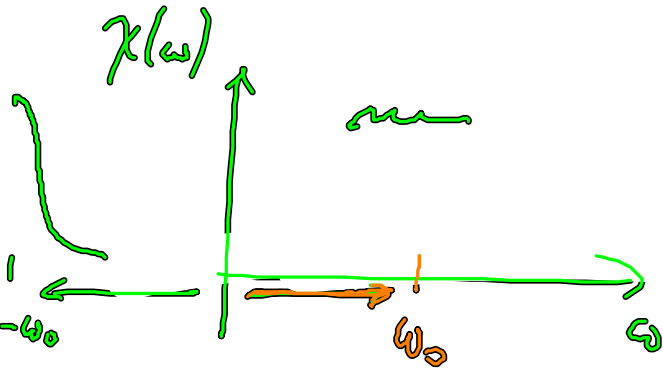
$$\chi(\omega) = \frac{\epsilon_0 |d_{12}|^2}{\epsilon_0} (\rho_1 \rho_2) \left(\frac{-i\rho_2 + (\omega + \omega_0)}{(\omega + \omega_0)^2 + \rho_2^2} - \frac{-i\rho_2 + (\omega - \omega_0)}{(\omega - \omega_0)^2 + \rho_2^2} \right)$$

↑
Kette Resonanz

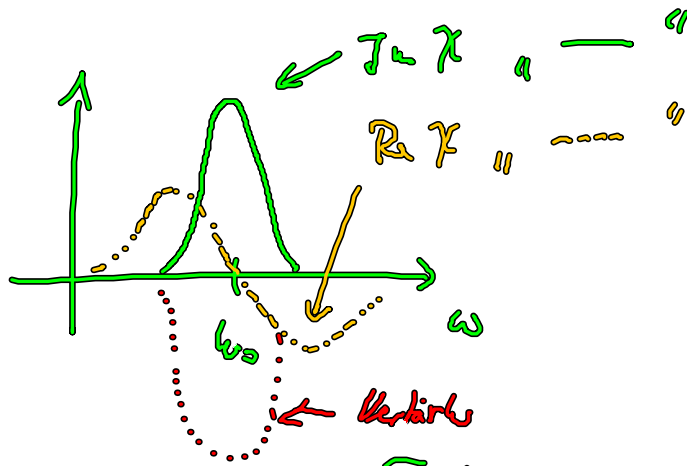
$$\approx 2\omega_0$$

↑
Resonanz

$$\omega \approx \omega_0$$



f. work form:



$\omega_0 >$ resonanz ω d. Felds

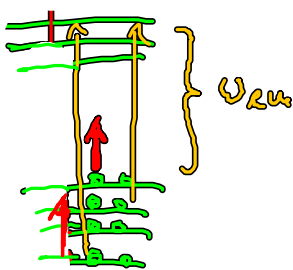
3. Beispiel: Kowalev-Bredzoll f. viele Übergänge

$$\chi(\omega) = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \sum_{l,m} \frac{|\vec{d}_{em}|^2 (\rho_{ul} - \rho_{lu})}{\omega + \omega_{em} + i\Gamma} \approx \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \sum_{l,m} \frac{|\vec{d}_{em}|^2 (\rho_{ul} - \rho_{lu})}{\omega_{em} + i\Gamma}$$

wann heißt χ reell u. ω ab

und μ ist es eine Zahl?

+ Taylorentwicklung



$\omega \ll \omega_{em}$ $\Gamma \ll \omega_{em}$
 ↑ ↑
 Liniengrenz atom
 → Transit

3. Linearantwort v. Plasma / Metalle (Draine)

$$\vec{j} = \vec{v} \rho(\vec{r}, t) u(\vec{r}, t)$$

$$\dot{\vec{v}} = \underbrace{-\rho \vec{v}}_{\text{Damping}} - \underbrace{\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}}_{\text{Wirkfluss}} + \underbrace{q}_{u_{\text{eff}}} \vec{E}(\vec{r}, t), \quad \dot{n} = -\nabla \cdot (n \vec{v})$$

linear Antwort: Aufgbedij $\vec{v} = 0$, $\bar{u} =$ konstanter Wert d. Ω -Dicht \bar{u}

$$\vec{j}(\omega) = \vec{v}(\omega) \bar{u} \quad \text{Begin}$$

$$\vec{j}(\omega) = \underbrace{\frac{q}{u_{\text{eff}} (-i\omega + \rho)}}_{\sigma(\omega)} \bar{u} \quad \vec{E}(\omega) = \sigma(\omega) \vec{E}(\omega)$$

Druckmodell

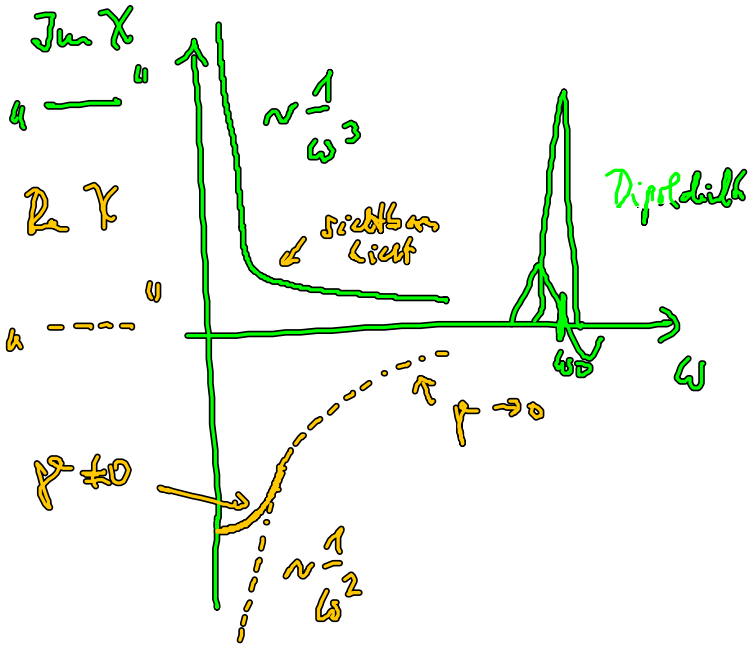
formel wird nun per $\chi(\omega)$ aufgeschrieben

f. freygl. Elektronen

$$\vec{j} = \dot{\vec{P}} \rightarrow \underline{\sigma(\omega) \vec{E}(\omega)} = \underline{-i\omega \epsilon_0 \chi(\omega) \vec{E}(\omega)}$$

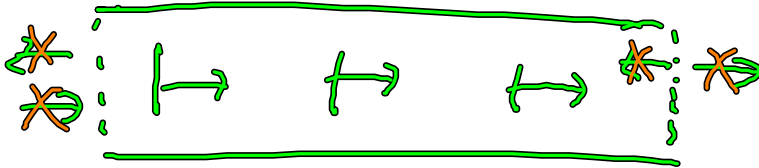
$$\chi(\omega) = \frac{q}{\epsilon_0 u_{\text{eff}}} \frac{\bar{u}}{-i\omega(-i\omega + \rho)} = \frac{\omega_p^2 (-\omega^2 + i\rho\omega)}{\omega^4 + (\rho\omega)^2}$$

$$\omega_{pl}^2 = \left(\frac{4\pi q}{\epsilon_0 m_{eff}} \right) \quad \text{Plasma freq } \omega_{pl}^2$$



4. Linear Expansion

4.1. Ebene Wellen im ungedehnten Medium



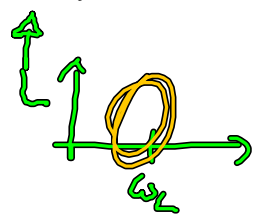
Keine freien Flächen

4.1.1. Paraxiale Wellengleichung

$\Delta_{\perp} \rightarrow 0$ keine Beugung $(z \gg \lambda \rightarrow \omega)$

$$\partial_z \tilde{E} = -\frac{\mu_0 \omega^2}{2ik_L} \tilde{p} = i \frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2}{2k_L} \chi(\omega) \tilde{E}$$

$z=0$



Auswahl $\tilde{E} \sim \tilde{E} e^{-i\omega t}$

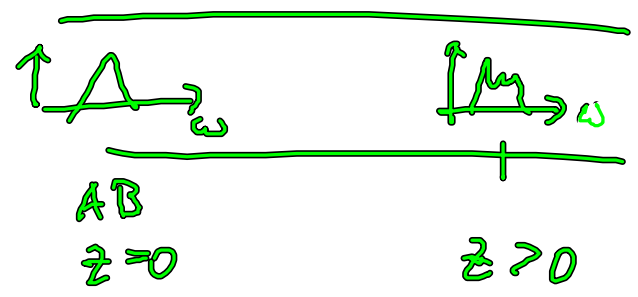
braucht χ um ω_L zu erhalten ↑ FT bzgl. versch. Frequenz!

$$\partial_z \tilde{E} = i \frac{k_L}{2} \chi \tilde{E} \quad \text{an} \quad \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad \omega_L^2 = c^2 k_L^2$$

$$\tilde{E}(z=z, \omega) = \underbrace{\tilde{E}(z=0, \omega)}_{\text{Anfangsbedingung}} e^{i \frac{k_L}{2} \chi(\omega) z}$$

Bemerkung:

a) Ausbreitungseffekte

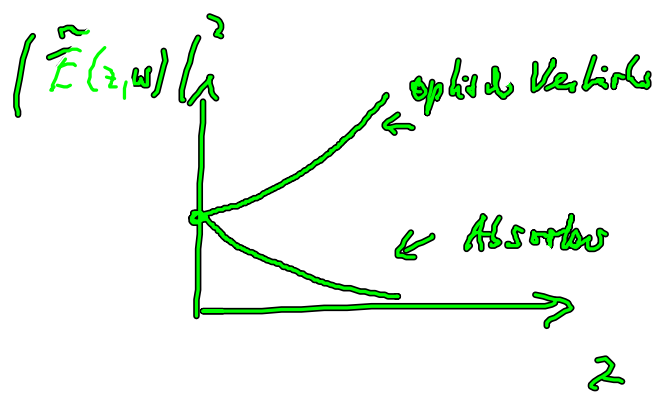


b) Transmission

Absorption k_2

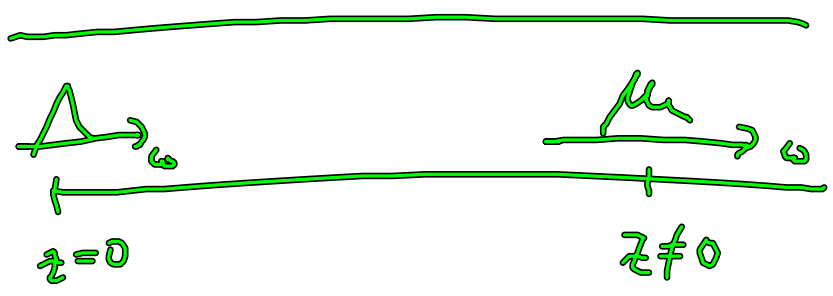
$$T = \left| \frac{\tilde{E}(z, \omega)}{\tilde{E}(z=0, \omega)} \right|^2 = e^{-k_2 \operatorname{Im} \chi(\omega) z}$$

Landolt-Beernäcker



4.12. ∞ ungedrehte Medien ohne Ladungen und Ströme

Aufgabe 1. Übung



$$\square \vec{E} = \mu_0 \ddot{\vec{P}}$$

Auswahl: $E_0(\omega) = e^{i(k(\omega)z - i\omega t)}$
 ↑
 zuberheben

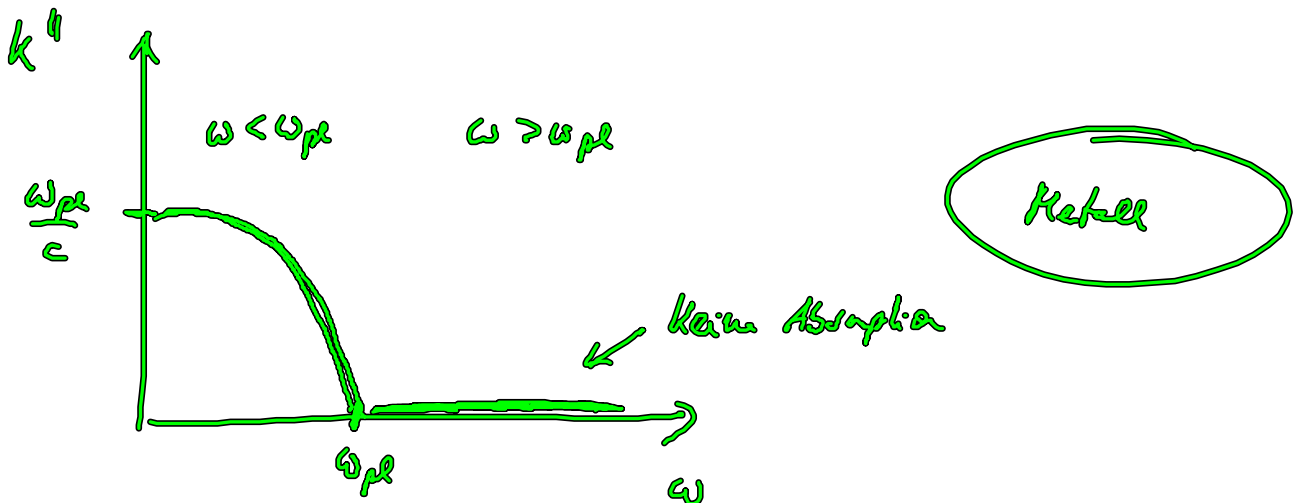
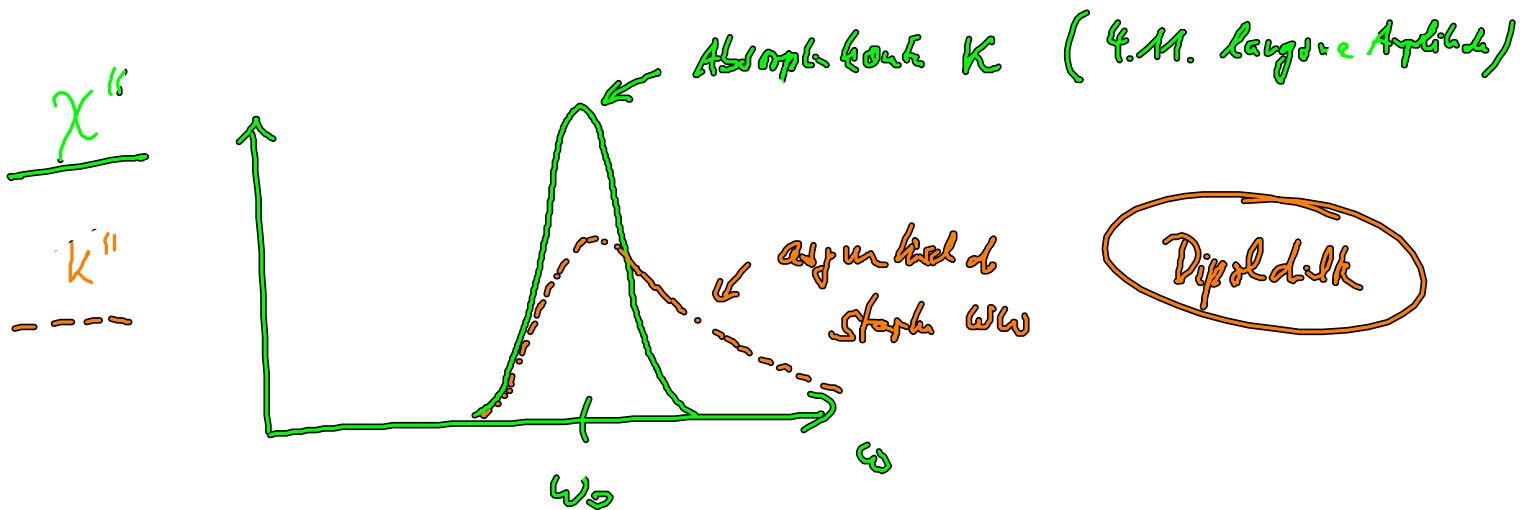
Auswahl: $k = k' + i k''$ $\chi = \chi' + i \chi''$

$$k' = \frac{\omega}{c} \left(1 + \frac{\chi'}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(1 + \chi')^2 + \chi''^2} \right)^{1/2} = \frac{\omega}{c} n(\omega)$$

$$k'' = \frac{\omega}{c} \frac{\chi''}{2 n(\omega)}$$

Abhängigkeit d. Exk. ergibt sich

$\hat{E} \rightarrow e^{-2k''z}$, d.h. Absorption konth: $\neq \int \chi'' = \chi''$



$$k = \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right)^{1/2}$$

$$= k' + i k''$$

Interpretation: unterhalb ω_{pe} werden
Plasmaschwingungen d. Elektronen
angeregt und diese
verbreitern die Front d. Felds

4.2. Ebene Wellen an Grenzfläche

Fresnel formeln in $\hat{u}A$