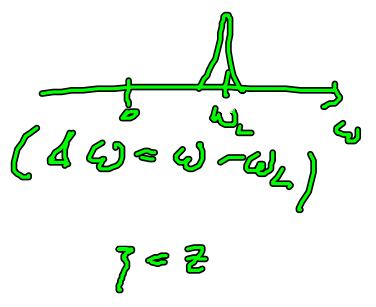


$$\tilde{\Omega}(\Delta\omega) = e^{-\frac{\tilde{\sigma}(\Delta\omega)}{2} \tau} \tilde{\Omega}(\tau = 0, \Delta\omega)$$



mit $\tilde{\sigma}(\Delta\omega) = \frac{2\kappa}{\gamma - i\Delta\omega}$

als Absorptionsquerschnitt

2.1. Frequenzunabhängige Lorentz-Beer'sche

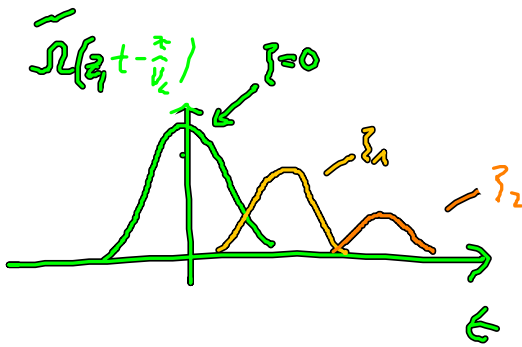
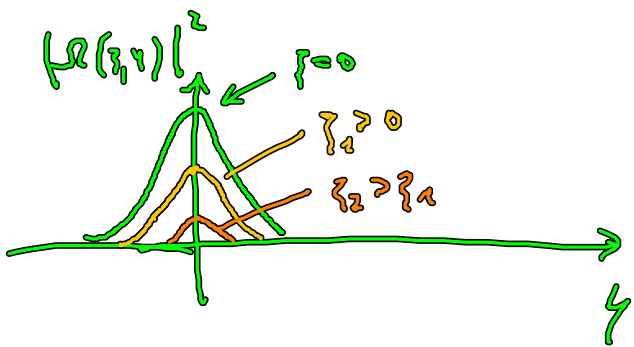
$\gamma \gg \Delta\omega$ (Lorentzlinie \Rightarrow Pulspaketten)

$$\tilde{\sigma}(\Delta\omega) = \frac{2\kappa \epsilon_0 |d_{12}|^2}{\omega_0^2 \tau \epsilon_0} = \tilde{\sigma} \quad (\kappa \text{ konstant, } \Delta\omega \rightarrow 0)$$

frequenzunabhängig

$$\tilde{\Omega}(\tau, \Delta\omega) = e^{-\frac{\tilde{\sigma} \tau}{2}} \tilde{\Omega}(\tau = 0, \Delta\omega)$$

$$|\tilde{\Sigma}(z, y)|^2 = e^{-\gamma_0 t} |\tilde{\Sigma}(z=0, y)|^2$$



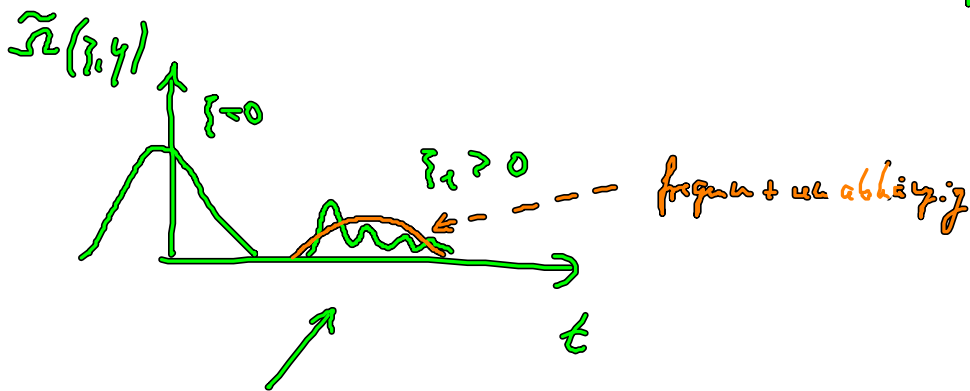
$$y = t - \frac{z}{v_L} \leftarrow \text{gegebene Frequenzgeschwindigkeit}$$

2.2. Stark frequenzabhängiger Lambert-Beer'scher

$\gamma \ll \Delta\omega$ spektrale Pulsbreite ist breiter als Absorptionslinie

$$\Gamma(\omega) = \frac{i 2\alpha}{\Delta\omega}$$

$$\tilde{\Sigma}(z, y) = \frac{1}{2\pi} \int d(\Delta\omega) e^{-i \frac{\omega}{\Delta\omega} \tau} \underbrace{e^{-i \Delta\omega y}}_{\text{Rückinfo}} \tilde{\Sigma}(z=0, \Delta\omega)$$



in Vgl. zu Standard Lorentz-Beer

findet man Oszillationen:

unterschiedliche Frequenzen werden
unterschiedl. v. Medien $\sigma(\Delta\omega)$

„behandelt“, es kommt zu

Interferenz am Beobachtungsort

Rechnung: i.a. nicht geschlossen lösbar,
dabei Näherung $\gamma \rightarrow \infty$

Integral erhält Phase: $e^{i\varphi}$

$$\varphi = - \frac{\alpha}{\Delta\omega} \gamma - \Delta\omega \gamma$$

Wenn φ groß wird,
so schnell Schwings.



- nicht halt sich zu Null
- man muss die am stärksten beitragende Phase mitrechnen („stationäre Phase“)

- Idee: wenn 1. Ableit nach $\Delta\omega$ verschwindet,
so sind das die stärksten Beiträge

$$\partial_{\Delta\omega} \varphi(\Delta\omega) \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \text{Pkte der stationären
Phase}$$

$$\frac{\alpha}{\Delta\omega^2} \{ - \gamma \} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\rightarrow \Delta\omega_0^{\pm} = \pm \left(\frac{\alpha \{ \gamma \}}{\gamma} \right)^{1/2}$$

Sind die Punkte die im Integral an
stärksten beitragen, um diese Punkte wird
die Phase bis quadratischer Ordnung entwickelt

\rightarrow Gauß-Integral \rightarrow lösbar

$$i\varphi / \approx -i \left(\frac{\alpha}{\Delta\omega_0^{\pm}} \{ \gamma \} + \Delta\omega_0^{\pm} \gamma \right) + \underbrace{1. \text{ Ableit} + \frac{i}{2} \varphi''(\Delta\omega_0^{\pm}) (\Delta\omega - \Delta\omega_0^{\pm})^2}_{2. \text{ Ordnung}} = 0$$

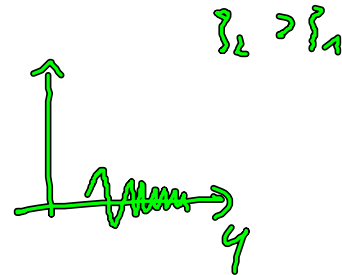
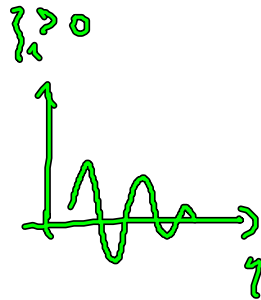
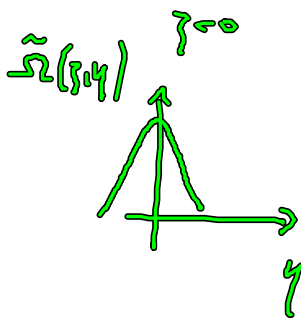
$$\tilde{\Omega}(\gamma, \eta) = \sum_{\pm} e^{-i \left(\frac{\alpha}{\Delta\omega_0^{\pm}} \{ \gamma \} + \Delta\omega_0^{\pm} \gamma \right)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} d(\Delta\omega) \tilde{\Omega}(\gamma, \eta, \Delta\omega) e^{i \frac{\varphi}{2 \Delta\omega_0^{\pm}} (\Delta\omega - \Delta\omega_0^{\pm})^2}$$

$$= \frac{A}{\pi} \frac{\tilde{\Omega}}{T} \left(\zeta=0, \left(\frac{\alpha \zeta}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \frac{T^{\frac{1}{4}}}{\gamma^{\frac{1}{4}}} \cos \left(2\sqrt{\alpha \zeta \gamma} + \varphi_0 \right)$$

A, φ_0 - konstante

Beispiele:

a) ζ Oszillation in γ, ζ : $\cos(\sqrt{\alpha \zeta \gamma})$



"ringing" genannt

b) Unade: Jutfanz v. Frequenz an einem Ort der Probe

IX Lichtausbreitung in Materie:

Nichtlineare Optik

Zus. Einigung die Vollständigkeit

Nichtlinear v. \hat{E}

$$\left(\partial_z + \frac{\Delta n}{2ik_L} + \frac{i}{2} k_L^4 \partial_y^2 \right) \tilde{E}(z,y) = i \frac{k_L}{2k_L^2 \epsilon_0} \tilde{P}(z,y)$$

Bsp Selbst-
fokussierung.

Bsp: Soliton
in Lichtfasern

verschied. Art v. NL
(gilt auch gerichtet Bsp.)

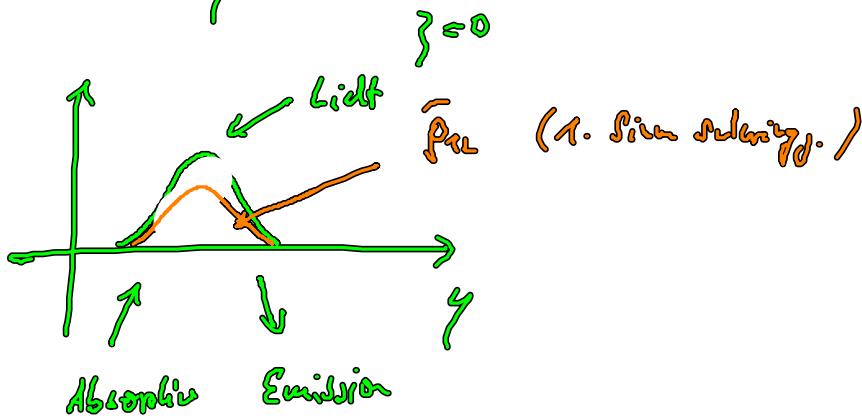
1. 2ü - Soliton

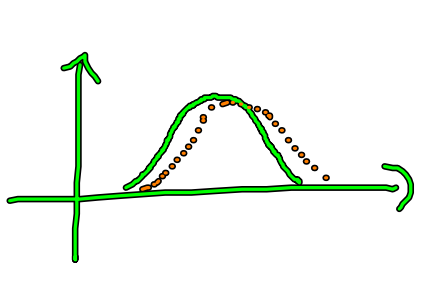
ähnlich wie mit Zweiniveausystem; schnell geg. $\rho, \tilde{\rho}$;

„Umlaufzeitlicht“ $\tilde{\rho} = d_{12} n_0 \tilde{\rho}_{12}$

$$\tilde{\rho}_{12}(y) = \frac{i}{2} \text{sinc} \left(\int_{-\infty}^y \tilde{\Omega}(y') dy' \right) \quad \text{Rabi oscillation}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial y} \text{ in Dgl. an der VL über NL} \right)$$





Chance der Form-
invarianz. (weil vom Kontinuum
kommt kein dazu)

→ ρ und β Laplace werden. (kontinuum/

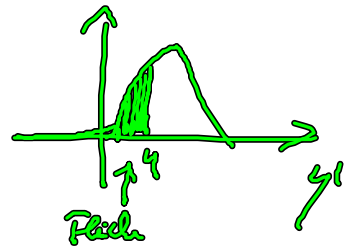
Dgl: $\Delta u \rightarrow 0$, $\epsilon'' \rightarrow 0$

Bessg. und Dipol. erlöste

$$\partial_{\zeta} \tilde{\Omega}(\eta) = -\beta \sin\left(\int_{-\infty}^{\eta} d\eta' \tilde{\Omega}(\eta')\right)$$

$$\beta = \frac{k_2 u_0 |dn|^2}{4 u_2^2 \epsilon_0}$$

Pulsfläche: $\Theta(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} d\eta' \tilde{\Omega}(\eta')$



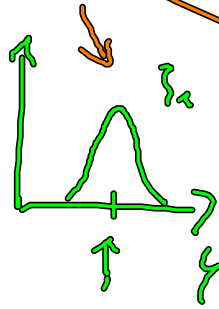
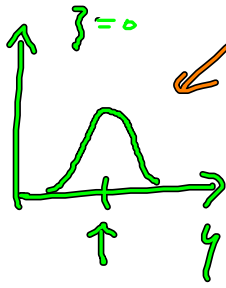
$$\partial_{\zeta} \partial_{\eta} \Theta(\eta, \zeta) = -\beta \sin(\Theta(\eta, \zeta))$$

gleichg. f. Pulsfläche

Sine-Gordon-Gleichung

allg. Lsg. i.a. Kurvenzüge

Suche ein forminvariant Lsg.

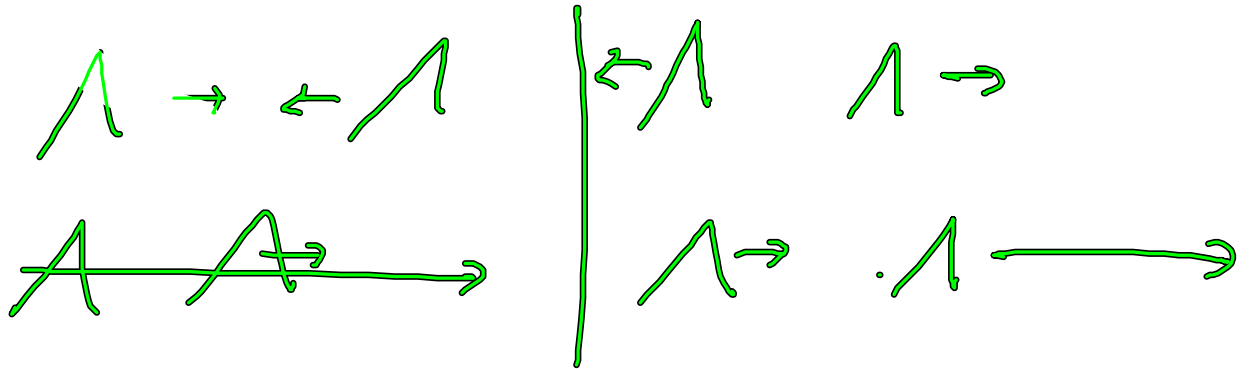


$\zeta \rightarrow$ Verschiebung in Zeit und Geschwindigkeit v

\rightarrow kein Kontakt $S = y - \frac{z}{v}$

$\Theta(z, y) \rightarrow \Theta(s)$

- solche forminvarianten Lsgen heißen "solitäre Wellen"
- wenn solitäre Wellen kollidieren



und sich danach gegenseitig ausbreiten,

so nennt m. diese Objekte "solitonen"

(Konservativ Systeme)

Vorteil ist uns und 1 Konstante zu haben:

$$S = y - \frac{z}{v}$$

↖ unbekannt, zu bestimmen

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial S}{\partial z} \frac{\partial}{\partial S} = -\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial S}$$

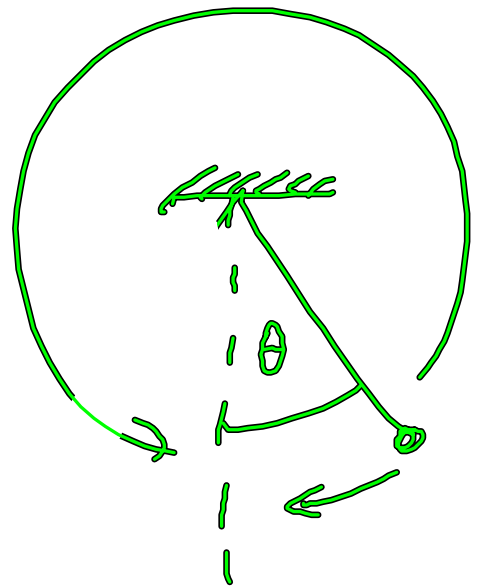
$$-\frac{1}{v} \frac{\partial^2}{\partial S^2} \theta = -\beta \sin \theta$$

$$\frac{\partial^2}{\partial S^2} \theta = v\beta \sin \theta$$

$$\boxed{\frac{\partial^2}{\partial S^2} \theta = \frac{1}{T^2} \sin \theta}$$

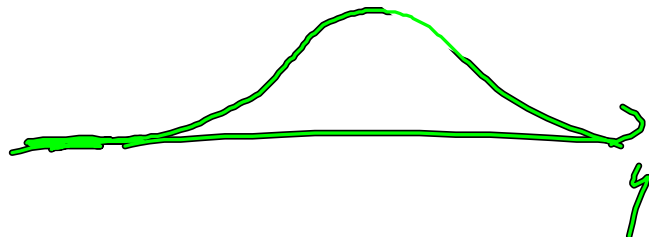
ähnlich zu Schwingungsgleichg. f.

beliebig Ankerlage, kein VE fehlt.



- Anfangsbedingungen: $y \rightarrow \pm \infty, S \rightarrow \pm \infty$

$$\tilde{\omega} \rightarrow 0, \quad \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial S} \rightarrow 0$$



Log. sind elliptisch Funktionen

1) beachte Log die Pgl. + AB erfüllt:

$$\theta(s) = 4 \operatorname{artg.} \left\{ e^{\frac{(s-s_0)}{\tau}} \right\} \quad \tau = \text{frei wählbar, weil } v \text{ wählbar}$$

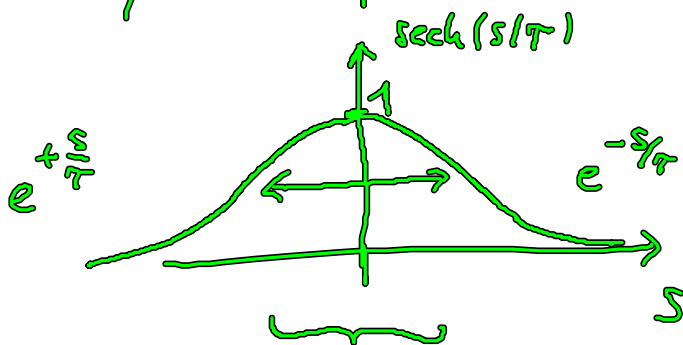
$\hat{=}$ Lösungsoperator

(Beweis d. Euler)

$$\tilde{\Omega}(s) = \frac{\partial}{\partial s} \theta(s) = \frac{2}{\tau} \frac{2}{e^{-\frac{s}{\tau}} + e^{\frac{s}{\tau}}} = \frac{2}{\tau} \operatorname{sech} \left(\frac{s}{\tau} \right)$$

Bemerkung

a) Pol ist formikurvent und bricht sich in sech-Form d. Neuron an

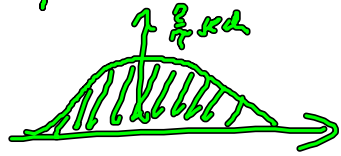


τ - Pulsdauer d. Aktionspotenzial

für $\tau \ll \rho_1, \tau$
wird sech - Pol exakt
gefunden + ist stabil

b) Fließ d. Pulses kann beachtet werden

$$\Theta(y \rightarrow \infty) = 2\pi$$



Fläche unter
der Peak ist 2π ,
unabhängig v. τ

b/ Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$\tilde{\omega} = \tilde{\omega} \left((y - \frac{z}{v}) / \tau \right)$$

$$S = \left(t - \frac{z}{v_L} - \frac{z}{v} \right) = t - z \left(\frac{v \cdot v_L}{v + v_L} \right)^{-1}$$

$v \hat{=}$ Sockelgeschwindigkeit

Geschwindigkeit d. Peaks: $\frac{v \cdot v_L}{v + v_L} \approx \underline{\underline{v}}$

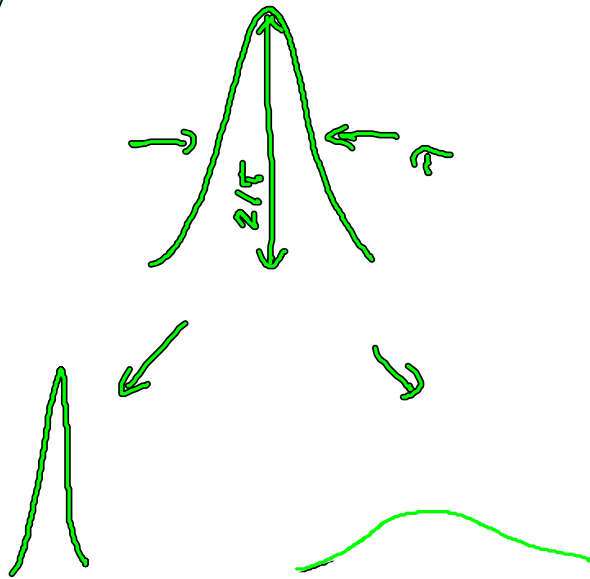
$$\beta v = \tau^{-2}, \quad v = \frac{1}{\beta \tau^2}$$

↑
Nennwert
($|d_n|^2$)

↑
wird über

v kann deshalb $< v_L$ gemacht werden

zu τ / :

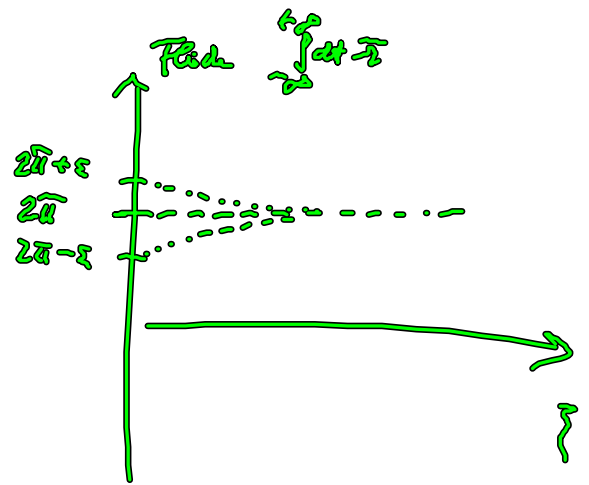


Höhe und Dauer der Soliton
sind nicht unabhängig,
sondern durch τ festgelegt
aber τ aber relativierbar

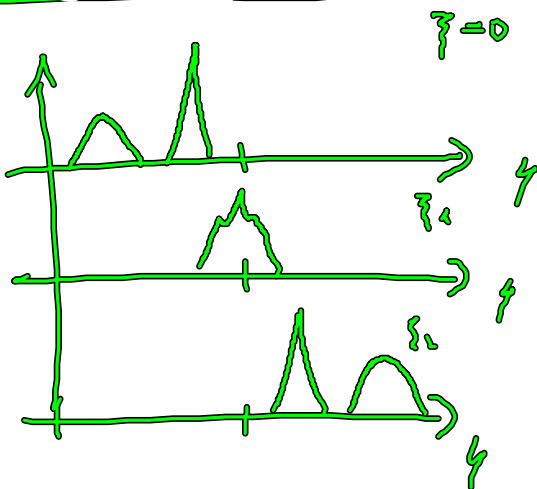
daher ist v festgelegt,
und β d. Material festgelegt ist

$$v = \frac{1}{\beta T^2}$$

Je kleiner der Puls desto schneller.



c/ Mehr Solitonen (2)



Solitonen kollidieren aber
"unperturbiert" (bis auf Phase)
→ "Solitonen"