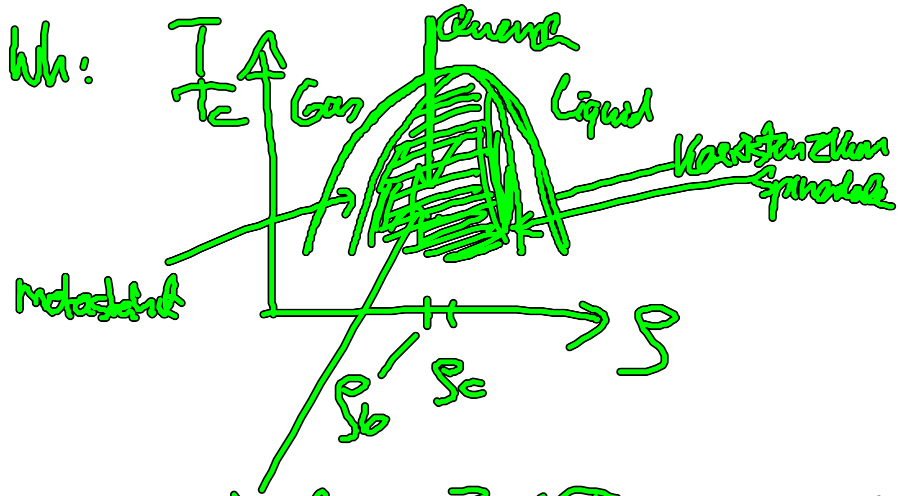
Wh:



instabil : Zwei-Phasen separation!

DDFT : BWGL für die Fourierkomponenten der Dichtedifferenz ($\Delta\rho(r,t) = \rho(r,t) - \rho_b$) in linearisierter Form

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\tilde{\rho}(k,t) = + R(k)\,\tilde{\rho}(k,t)$$

$$R(k) = -Dk^2\left(1 - \rho_b\, c^{(2)}(k)\right)$$

$$\Rightarrow \tilde{\rho}(k,t) \sim e^{R(k)\,t}$$

Innerhalb des 2-Phasengebietes findet man "Moden" (k-Werte), bei denen $R(k) > 0$

$\Rightarrow$ instabile Moden!

Einfachere Theorie: Cahn-Hilliard-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(\underline{r},t) = -\nabla\cdot j(\underline{r},t)$$

$$j(\underline{r},t) = -M\nabla\frac{\delta F[\rho]}{\delta\rho}$$

Polymer

$$\text{mit } F[\rho] = \int d\underline{r}\left(f_0(\rho(\underline{r})) + \frac{K^*}{2}(\nabla\rho(\underline{r}))^2\right)$$

Ginzburg-Landau-Funktional

Man erhält nach Variationsableitung von F

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(\underline{r},t) = M\nabla^2\left[\frac{\partial f_0(\rho(\underline{r},t))}{\partial\rho(\underline{r},t)} - K^*\nabla^2\rho(\underline{r},t)\right]$$

Betrachte statt $\rho(\underline{r},t)$ wieder die Dichtedifferenz

$$\tilde{\rho}(\underline{r},t) = \rho(\underline{r},t) - \rho_b$$

und linearisiere

Taylorentwicklung um ρ_b

behandle dazu

$$\frac{\partial f_0(\rho(\underline{r},t))}{\partial\rho(\underline{r},t)} = g_0(\rho(\underline{r},t)) = g_0(\rho_b) + \left.\frac{\partial g_0}{\partial\rho}\right|_{\rho_b}\tilde{\rho}(\underline{r},t) + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 g_0}{\partial\rho^2}\right|_{\rho_b}(\tilde{\rho}(\underline{r},t))^2$$

Term 0-te Ordnung:

Constant ⇒ fällt nach Einsetzen weg wegen räuml. Ableitung

Term 1-te Ordnung:

linear in $\tilde{\rho}(\underline{r},t)$ ⇒ relevant

Term 2-te Ordnung: quadratisch in $\tilde{\rho}$

⇒ fällt weg nach Linearisierung!

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\tilde{\rho}(\underline{r},t) = M\nabla^2\Big(\underbrace{\frac{\partial^2 f_b}{\partial \rho^2}\Big|_{\rho_b}}_{\text{Konstant}} - \kappa^*\nabla^2\Big)\tilde{\rho}(\underline{r},t)$$

Fouriertransformation:

$$\tilde{\rho}(\underline{r},t) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\underline{k}\, e^{-i\underline{k}\cdot\underline{r}}\,\bar{\rho}(\underline{k},t)$$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\bar{\rho}(\underline{k},t) = R^{\text{Cahn-Hilliard}}(k)\,\bar{\rho}(\underline{k},t)$$

mit $R^{\text{Cahn-Hilliard}}(k) = -Mk^2\Big(\kappa^*\underline{k}^2 + \frac{\partial^2 f_b}{\partial \rho^2}\Big|_{\rho_b}\Big)$

Zum Vergleich:

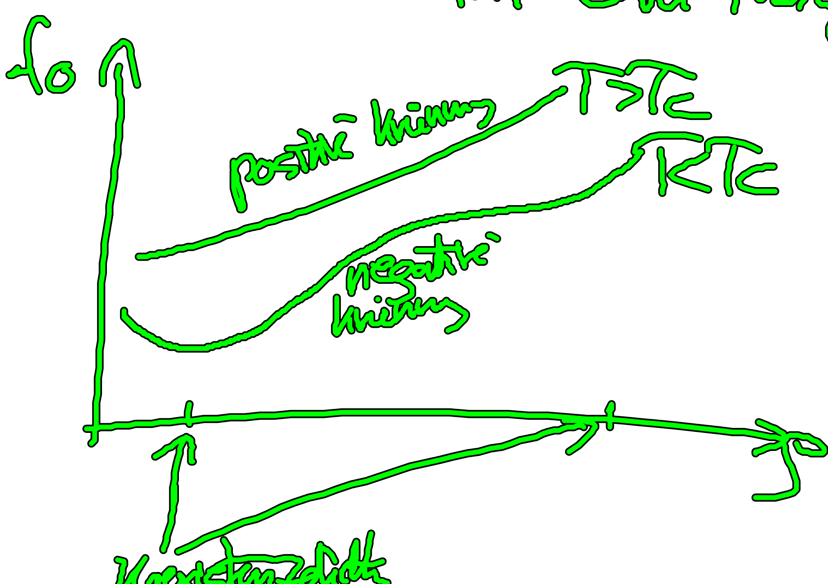
In der DDFT hatten wir:

$$R(k) = -Dk^2 \overbrace{\left(1-\rho_b \underbrace{\tilde{c}^{(2)}(k)}_{\text{direkte Korrelationsfunktion}}\right)}^{(S(k))^{-1}\ \text{inverser Strukturfaktor}}$$

Physikalisch:

$$\frac{\partial^2 f_0}{\partial \rho^2} \sim \chi_T \quad \text{Isotherme Kompressibilität.}$$

Diese ist negativ im Zwei-Phasengebiet



Typ. Ausdruck für $f_0(\rho)$:

$$f_0(\rho) = \rho\left(\ln(\lambda^3\rho) - 1\right) - a(T)\rho^2$$

$(a>0)$

z.B. aus Mittelfeldnäherung

$\Rightarrow$ Für bestimmte k-Werte wird $R^{\text{Cahn-Hilliard}}(k) > 0$

$\rightarrow$ instabile Moden!

Man sieht:

- Die Cahn-Hilliard-Theorie ist in sich konsistent, keine Approximation von Korrelationsfunktion im Nichtgleichgewicht

- Nachteil:
  Man startet von einem meanfield-artigen Ansatz für die Freie Energie, nämlich Ginzburg-Landau (enthält gar keine Korrelationen mehr!)