

XII.4 Supraleitender Strom und London Gleichung

Grundlage der London Theorie der Supraleiter
 ist: der Strom. Man nimmt an: $\vec{j} \sim \underline{A}$?

Stimmt das?

$$\vec{j} = \frac{q}{2m} \underbrace{\psi^\dagger(\vec{r}, t)}_{(A)} (\underline{p} - e\underline{A}) \underbrace{\psi(\vec{r}, t)}_{(B)} + h.c.$$

↑
 ist der Vektorpotential
 das sich durch selbst-
 konsistente Rechnung ergibt!

Bei kein Magnetfeld \Rightarrow kein Vektorpotential (ohne Eik)

So sollte der Strom im Grundzustand verschwinden
 (loop current)

$$\langle \phi_0 | \vec{j} | \phi_0 \rangle = 0 \text{ für den Grundzustand.}$$

Kompliment
Recht

- (a) Bei normalen Leitern verschiebt sich die Wellenfunkt des Spins zueinander bei angelegtem \underline{A} -Feld, das in wird im (A) Teil durch (B) kompensiert
- (b) Bei Supraleitern gibt es eine Energieleiter zwisch Spinup und spin down Zustand, damit ist für kleine \underline{A} die Verschiebung der Wellenfunktion nicht möglich.

Ergo: bei Supraleitern, fällt (A) Anteil weg!

Dann bleibt nur der Term (B), also

$$\bar{j} = -\frac{q^2}{2m} \psi^\dagger \underline{A} \psi \propto \underline{A}$$

$$\langle \bar{j} \rangle = -\frac{e^2}{2m} \frac{1}{V} \sum_{\underline{Q}, \lambda} e^{-i\underline{Q} \cdot \underline{r}} \underline{A}(\underline{r}) \langle a_{\underline{q} + \frac{\underline{Q}}{2}}^\dagger a_{\underline{q} - \frac{\underline{Q}}{2}} \rangle$$

bei räumlich homogenem System gilt:

$$\underline{Q} = 0$$

$$j_{SL} = -\frac{e^2}{m} \underline{A}(\underline{r}) n_Q$$

Wir nehmen jetzt ∇_x und ∂_t auf die Gleichung an!

$$\left\| \begin{aligned} \nabla_x \vec{j}_{el} &= -\frac{e^2}{m} n_{el} \underline{B} \\ \partial_t \vec{j}_{el} &= \frac{e^2}{m} n_{el} \underline{E} \end{aligned} \right\|$$

Wir können das in die Maxwellgl. einsetzen!
Die Maxwellgl ist:

$$\nabla_x \underline{B} = \mu_0 \vec{j}_{el}$$

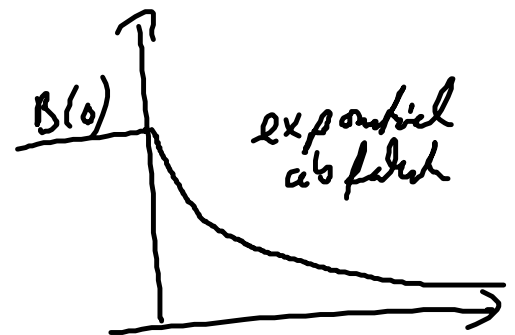
$$\underline{\nabla_x \nabla_x B} = \mu_0 \nabla_x \vec{j}_{el} = -\frac{e^2 n_{el} \mu_0}{m} \underline{B}$$
$$\underline{\nabla \cdot B} = 0$$

$$-\Delta B = -\frac{e^2 n_{el} \mu_0}{m} B$$

1-dimensionell

$$\partial_z^2 B_x = -\lambda_L^2 B_x$$

$$\rightarrow B_x = B_x(0) \cdot e^{-z/\lambda_L}$$



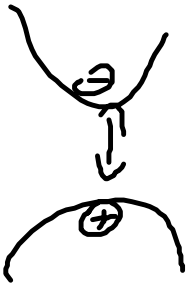
XIII. Kohärente Spektroskopie - Koppeln sichtbar machen

Mit angeregter Spektroskopie kann man Koppeln sichtbar machen und untersuchen.

Hier eine kurze Skizze einer solchen Methode.

Ziel ist es z.B. Exzitonen und Bi-exzitonen zu

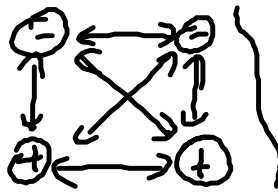
Exziten



Anzahl zur Energie-übertragung gefähig

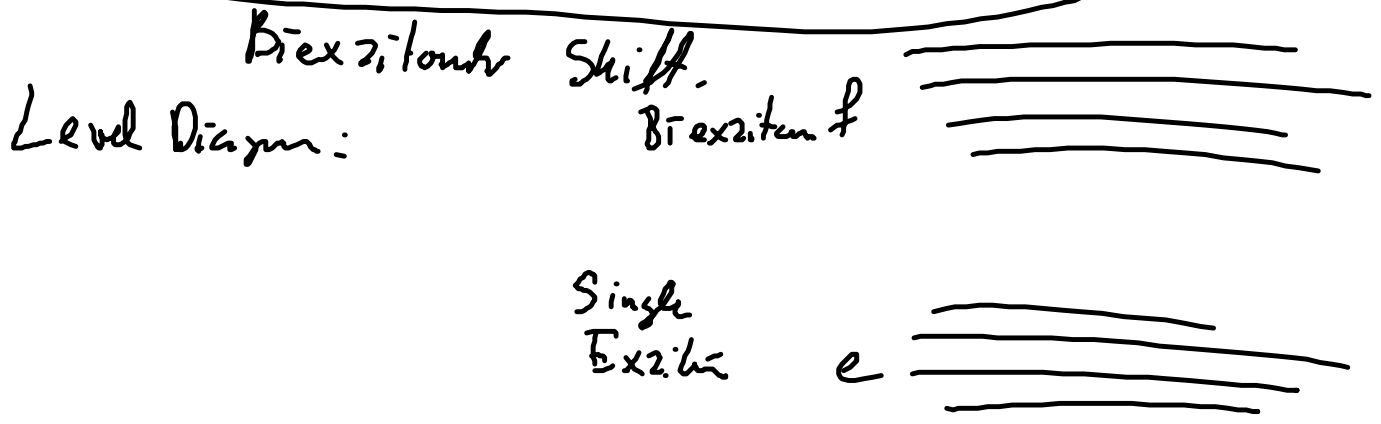
untersuchen.

Bisexziten



Mehr Möglichkeiten der Wechselwirkung
Also Biexciton - energie nicht wegführen
Exziton energie.

$$\Delta E_{BE} + 2 E_{SE} = E_{BE}$$



Ein allgemeines Hamiltonoperator ^{Grundzustand ψ_0} operiert ^{soll dann} wie folgt aus:

$$H = \underbrace{H_0}_{\text{Coulomb problem}} + H_{el-light}$$

$$H_0 = E_g |g\rangle\langle g| + \sum_e E_e |e\rangle\langle e| + \sum_f E_f |f\rangle\langle f| + \dots$$

Das Vielteilchenproblem muss schon gelöst sein!

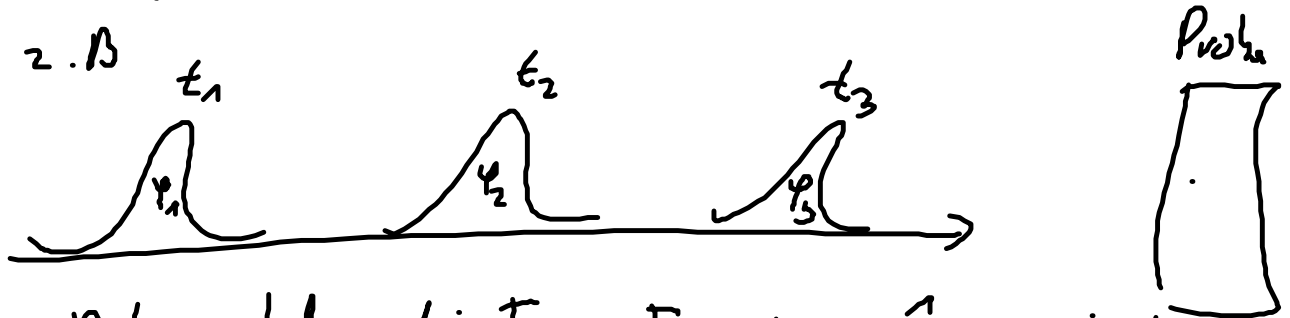
höher Anregung

Elektron Licht Wechselwirkung (z.B.)

$$H_{e-l} = \underbrace{\sum_e N_{ge} \cdot E(t) |g\rangle\langle e|}_{\text{übergang Grundzustat singel Exzitation}} + \underbrace{\sum_{e,f} N_{ef} \cdot E(t) |e\rangle\langle f| + \dots}_{\text{übergang Singel Exzitation - Bi-/Zwei Exzitation}} + h.c.$$

Analyse des Problems erfolgt meist im Liouville Raum (wie bei den offenen Quantensystemen)!

Bei kohärenter Spektroskopie wird ein Pulssequenz verwendet um Zustand der Materie kontrollieren!



Die Pulse haben die Form $E_{Puls}(t) = \hat{E}_{Puls}(t) e^{i\omega_2 t} e^{-i\gamma t}$

Am Anfang (t_0) sei das System im Grundzustat
 $\rho(t_0) = |g\rangle\langle g|$

Somit wird die Polarisation $P(t) = \sum_e N_{ge} \text{tr}(|g\rangle\langle e| \rho(t))$

Man muss aber die Dichtematrix berechnen!

$$+ \sum_{\mathbf{k}} N_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}, t) + \dots + c.c.$$

Die Dichtematrix erfüllt die Liouville Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = -\frac{i}{\hbar} H_{int}(t) \rho$$

Diese Gleichung kann man lösen über

$$\rho(t) = U(t, t_0) \rho(t_0)$$

$$U(t, t_0) = T \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t H_{int}(\tau) d\tau\right)$$

Bei Spektroskopie wird meist in Ordnung des externen Feldes entwickelt.

Es wird dahingehend $U(t, t_0)$ in Ordnung des externen Lichtfelds entwickelt, aber Ordnungen des H_{int} -L

Dazu verwenden wir das Feynman-Dysongleichungstheorem:

$$U_0(t, t_0) = T \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t H_{0, int}(\tau) d\tau\right)$$

$$U(t, t_0) = U_0(t, t_0) T \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t d\tau U_0(t_0, \tau) H_{ext}(\tau) U_0(\tau, t_0)\right)$$

Das kann in eine Reihe dargestellt werden. Wirklich beliebig beliebigen Ordnung im Feld entwickeln.

z. B. 0. Ordnung

$$U(t, t_0)|_0 = U_0(t, t_0)$$

Störig

Freie Propagation
des Quantensystem

1. Ordnung

$$U(t, t_0)|_1 = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t V_0(t, \tau) H_{e-L, -}(\tau) U_0(\tau, t_0) d\tau$$

Zeitpunkte

2. Ordnung

$$U(t, t_0)|_2 = -\frac{1}{\hbar^2} \int_{t_0}^t dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1 V_0(t, t_2) H_{e-L, -}(t_2) U_0(t_2, t_1)$$

$H_{e-L, -}(t_1) U_0(t_1, t_0)$

3. Ordnung

$$U(t, t_0)|_3 = +\frac{1}{\hbar^3} \int_{t_0}^t dt_3 \int_{t_0}^{t_3} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1$$

$$V_0(t, t_3) H_{e-L, -}(t_3) U_0(t_3, t_2) H_{e-L, -}(t_2) U_0(t_2, t_1) H_{e-L, -}(t_1) U_0(t_1, t_0)$$

Man kann exponentiel verschiedene Ordnung filtern

(1) Intensität abhängigkeit (welcher Ordnung im Feld)

(2) Phasen abhängigkeit

Wir sehen um das Signal mit der Phasen abhängigkeit

$\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3$ an! (Das kann Experiment herausgefiltert werden (Double Double Coherence))

Ziel

$$g(t)|_{3, \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3} = \frac{i}{\hbar^3} U(t, t_3) H_{e-L, -}(t_3) U_0(t_3, t_2) H_{e-L, -}(t_2) U_0(t_2, t_1) H_{e-L, -}(t_1) U_0(t_1, t_0) g(t_0)$$

$$\propto e^{i\varphi_1 + i\varphi_2 - i\varphi_3} e^{i\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3}$$