## XII.4 Supraleitender Strom und Londongleichung

Grundlage der Londontheorie der Supraleitung ist: der Strom. Man nimmt an: $\vec{j} \sim \underline{A}$ ?

Stimmt das?

$$\vec{j} = \frac{q}{2m} \psi^{+}(x,t) \big(\underbrace{\vec{p}}_{(A)} - \underbrace{e\underline{A}}_{(B)}\big) \psi(x,t) + \text{h.c.}$$

(B): Ist das Vektorpotential das sich durch selbstkonsistente Rechnung ergibt!

Bei kein Magnetfeld $\Rightarrow$ kein Vektorpotential (ohne Eich)

So sollte der Strom im Grundzustand verschwinden (Cooper-Paare)

$$\langle \phi_0 | \vec{j} | \phi_0 \rangle = 0 \text{ für den Grundzustand.}$$

Kompliziert Rechng

(a) Bei normalen Leitern verschiebt sich die Wellenfunkt. des Grundzustandes bei angelegtem $\underline{A}$-Feld, dadurch wird ein (A) Term durch (B) kompensiert

(b) Bei Supraleitern gilt es eine Energielücke zwischen Grundzustand und angeregten Zustand, damit ist für kleine $\underline{A}$ die Verschiebung der Wellenfunktion nicht möglich.

Ergo: bei Supraleitern, fällt (A) Anteil weg!

Dann bleibt nur der Term (B), also

$$\bar{j} = -\frac{e^2}{2m} \psi^+ \underline{A} \psi \propto \underline{A}$$

$$\langle \bar{j} \rangle = -\frac{e^2}{2m} \frac{1}{V} \sum_{Q,\lambda,q} e^{-iQ\cdot r} \underline{A}(r) \langle a^+_{q+\frac{Q}{2}\lambda} a_{q-\frac{Q}{2}\lambda} \rangle$$

bei räumlich homogenen System gilt:

$$Q = 0$$

$$j_{SL} = -\frac{e^2}{m} \underline{A}(r)\, n_e$$

Wir wenden jetzt $\nabla\times$ und $\partial_t$ auf die Gleichungen an!

$$\nabla\times j_{sl} = -\frac{e^2}{m} n_{sl} \underline{B}$$
$$\partial_t j_{sl} = \frac{e^2}{m} n_{sl} \underline{E}$$

Wir können das in die Maxwellgl. einsetzen!

Die Maxwellgl ist:

$$\nabla\times \underline{B} = \mu_0 j_{sl}$$

$$\nabla\times\nabla\times \underline{B} = \mu_0 \nabla\times j_{sl} = -\frac{e^2 n_{sl} \mu_0}{m} \underline{B}$$

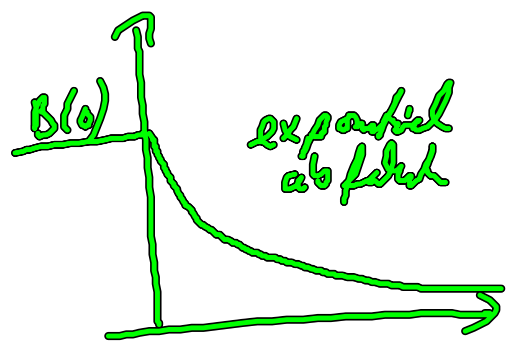
$$\nabla\cdot \underline{B} = 0$$

$$-\Delta B = -\frac{e^2 n_{sl} \mu_0}{m} \underline{B}$$

1-dimensional

$$\partial_z^2 B_x = \lambda_L^2 B_x$$

$$\longrightarrow B_x = B_x(0)\cdot e^{-z\lambda_L}$$



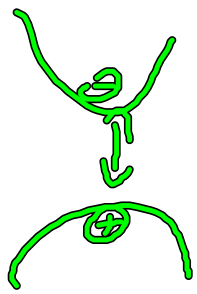

## XIII. Kohärente Spektroskopie – Kopplungen sichtbar machen

Mit ausgeklügelten Spektroskopie kann man Kopplungen sichtbar machen und untersuchen.

Hier ein kurze Skizze einer solchen Methode.

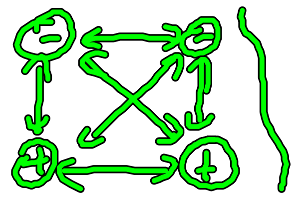
Ziel ist es z.B. Exzitonen und Bi-exzitonen zu untersuchen.

Exziton



Anziehung zur Energieabsenkung geführt

Biexziton



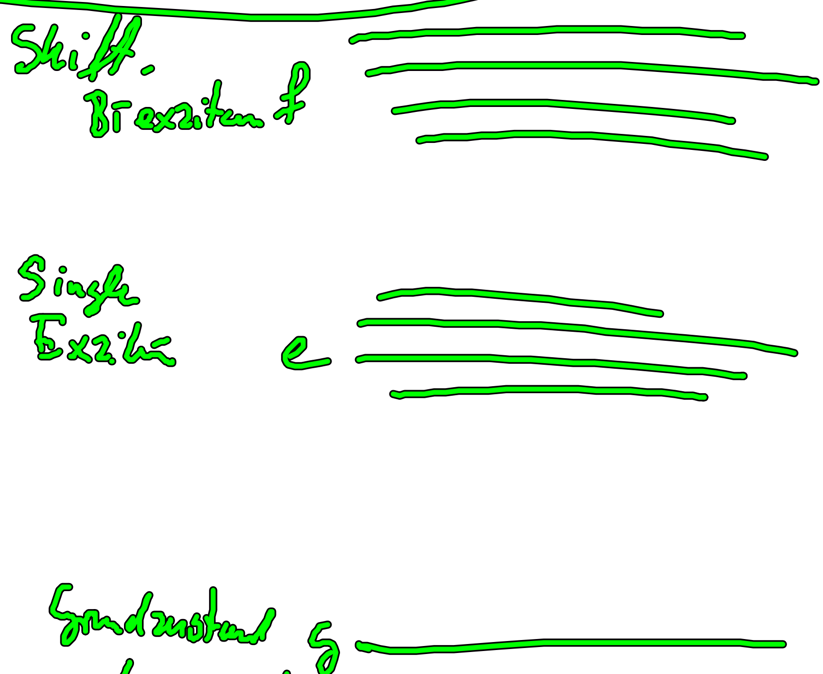
Mehr Möglichkeiten der Wechselwirkung

Also Biexzitonenenergie nicht zweifachen Exzitonenenergie.

$$\Delta E_{BE} + 2 E_{SE} = E_{BE}$$

Biexzitonischer Shift.

Level Diagramm:




Ein allgemeiner Hamiltonoperator sieht dann wie folgt aus:

$$H = \underbrace{H_0}_{\text{Coulombproblem}} + H_{el-Licht}$$

$$H_0 = E_g |g\rangle\langle g| + \sum_e E_e |e\rangle\langle e| + \sum_f E_f |f\rangle\langle f| + \underbrace{\dots}_{\text{höhere Anregungen}}$$

Das Vielteilchenproblem muss schon gelöst sein!

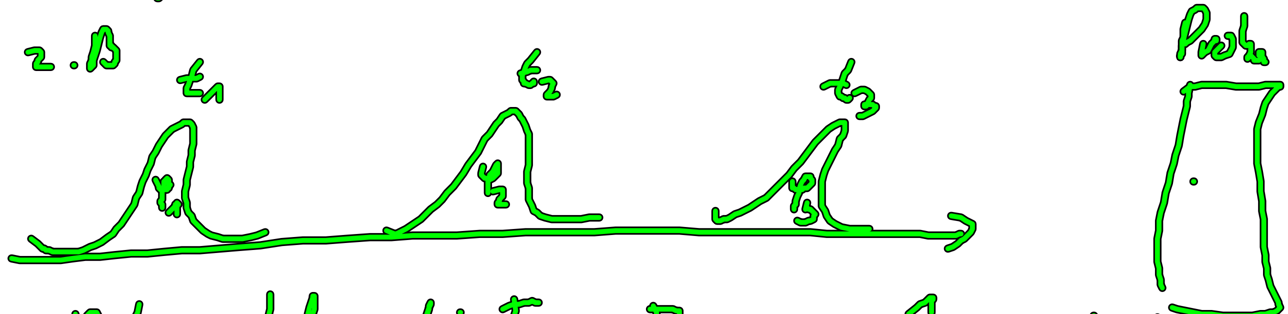
Elektron Licht Wechselwirkung (z.B.)

$$H_{e-L} = \underbrace{\sum_e \mu_{ge} \cdot E(t)\, |g\rangle\langle e|}_{\text{Übergang Grundzustand single Exziton}} + \underbrace{\sum_{ef} \mu_{ef} \cdot E(t)\, |e\rangle\langle f|}_{\text{Übergang Single Exziton - Bi-/Zwei Exziton}} + \dots + h.c.$$

Analyse des Problems erfolgt meist im Liouville Raum (wie bei den offenen Quantensystemen)!

Bei kohärenter Spektroskopie wird eine Pulssequenz verwendet um Zustand der Materie kontrollieren!

z.B.




Die Pulse haben die Form $E_{Puls}(t) = \hat{E}_{Puls}(t)\, e^{i\omega t} e^{i\varphi} + \dots$

Am Anfang ($t_0$) sei das System im Grundzustand

$$\rho(t_0) = |g\rangle\langle g|$$

Gemessen wird die Polarisation $P(t) = \sum_e \mu_{ge}\, \mathrm{tr}(|g\rangle\langle e| \rho(t))$

$+ \sum_{e,f} N_{ef}\, tr(|e\rangle\langle f|\, \rho(t))$

$+ \ldots\ldots + c.c.$

Man muss also die Dichtematrix berechnen!

Die Dichtematrix erfüllt die Liouville Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = -\frac{i}{\hbar} H_{1-}(t)\, \rho$$

Diese Gleichung kann man lösen über

$$\rho(t) = U(t,t_0)\; \rho(t_0)$$

$$U(t,t_0) = T_{\leftarrow} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^{t} H_{1-}(\tau)\, d\tau\right)$$

Bei Spektroskopie wird meist in Ordnung des externen Feldes entwickelt.

Es wäre daher gut $U(t,t_0)$ in Ordnung des externen Lichtfeld zu entwickeln, also Ordnungen der $H_{e-L}$

Dazu verwenden wir das Feynman-Dysentangelment Theorem:

$$U_0(t,t_0) = T_{\leftarrow} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^{t} H_{0,-}(\tau)\, d\tau\right)$$

$$U(t,t_0) = U_0(t,t_0)\, \underbrace{T_{\leftarrow} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^{t} d\tau\, U_0(t_0,\tau)\, H_{el,-}(\tau)\, U_0(\tau,t_0)\right)}_{\text{Das kann in einer Reihe dargestellt werden. Wir können Beiträge beliebiger Ordnung im Feld extrahieren.}}$$

Das kann in einer Reihe dargestellt werden. Wir können Beiträge beliebiger Ordnung im Feld extrahieren.

z. B. 0. Ordnung

$$U(t,t_0)\big|_0 = U_0(t,t_0)$$

1. Ordnung

$$U(t,t_0)\big|_1 = -\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} \underbrace{U_0(t,\tau)}_{\text{Freie Propagation des Quantensystems}}\, \underbrace{H_{\text{ext}}(\tau)}_{\text{Störung}}\, U_0(\tau,t_0)\, d\tau$$

$\xleftarrow{\text{Zeitpfeil}}$

2. Ordnung

$$U(t,t_0)\big|_2 = -\frac{1}{\hbar^2}\int_{t_0}^{t} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1\, U_0(t,t_2) H_{\text{ext}}(t_2) U_0(t_2,t_1) H_{\text{ext}}(t_1) U_0(t_1,t_0)$$

3. Ordnung

$$U(t,t_0)\big|_3 = +\frac{i}{\hbar^3}\int_{t_0}^{t} dt_3 \int_{t_0}^{t_3} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1$$

$$U_0(t,t_3) H_{\text{ext}}(t_3) U_0(t_3,t_2) H_{\text{ext}}(t_2) U_0(t_2,t_1) H_{\text{ext}}(t_1) U_0(t_1,t_0)$$

Man kann experimentell verschiedene Ordnung filtern

(1) Intensitätabhängigkeit (welche Ordnung im Feld)

(2) Phasenabhängigkeit

Wir schauen uns das Signal mit der Phasenabhängigkeit

$\varphi_1+\varphi_2-\varphi_3$ an! (Das kann Experiment herausgefiltert werden (Double Quantum Coherence))

Ziel

$$\rho(t)\big|_{3,\,\varphi_1+\varphi_2-\varphi_3} = \frac{i}{\hbar^3}\, U(t,t_3) H_{\text{ext}}(t_3) U_0(t_3,t_2) H_{\text{ext}}(t_2) U_0(t_2,t_1) H_{\text{ext}}(t_1) U_0(t_1,t_0)\,\rho(t_0)\big|_{\varphi_1+\varphi_2-\varphi_3}$$

$$\propto e^{i\varphi_1+i\varphi_2-i\varphi_3}$$