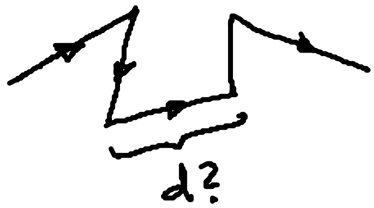
(2) E. coli: Zufallsweg mit Drift $\longrightarrow$ pos. Nahrungsgradient

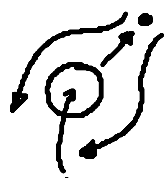
$\overset{??}{\Longleftrightarrow}$ Diffusion



$$\left.\begin{array}{l} v \approx 30\,\frac{\mu m}{s} \\ D \approx 1\,\frac{\mu m^2}{ms} \end{array}\right\} \xrightarrow[(5.28)]{} \underline{\underline{d > \frac{D}{v} \approx 30\,\mu m}}$$

(3) Re < 1:

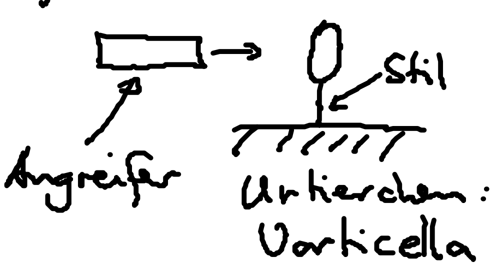
a)



kleiner Krebs
Cyclops

$$\longrightarrow \left.\begin{array}{l} a \rightarrow 12\,\frac{m}{s^2} \\ Re \rightarrow 500 \end{array}\right\} \text{jenseits laminaren Flusses}$$

b)



Re < 1: Angreifer wird mitgezogen

$\Longrightarrow$ schnelle Kontraktion
von 0,2 - 0,33 mm
$\xrightarrow{v \approx 80\frac{mm}{s}}$ 0,1 - 0,16 mm

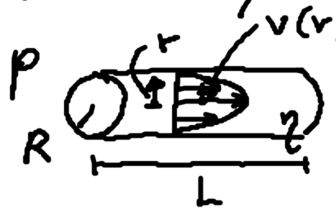
≙ <u>Spasmoneme</u> (schnellste Kontraktion im Tierreich)

5.3.2 Gefäßnetzwerke

- Gefäß-Netzwerke $\longleftrightarrow$ Abfallseitigung / Belieferung $\left.\begin{matrix}\text{Blut}\\ \text{Luft}\\ \text{Lymphe}\end{matrix}\right\}$ hyrarchischen Verzweigungs-struktur

Bsp: Aorta-Arterien ... Kapillargefäße

- Modell: zylindr. Poiseuille-Strömung



$p = 0$

NS $\longrightarrow$ $$\boxed{v(r) = \frac{R^2 - r^2}{4L\eta}\, p} \quad (5.29)$$

... parabol. Geschw. profil (gültig auch für $Re > 1$, so lange laminar, $\underline{v} \cdot \underline{\nabla}\, \underline{v} = 0$!)

Ausflußrate: $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

$$\boxed{Q = 2\pi \int_0^R v(r)\, r\, dr = \frac{\pi R^4}{8L\eta}\, p} \quad (5.30)$$

... Hagen-Poiseuille-Gesetz für laminaren Fluß

$\longrightarrow$ alle Gefäße bis auf große Venen/Arterieren

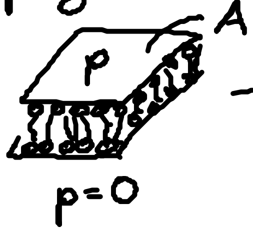
- (5.30) $\longrightarrow$ $$\underbrace{\boxed{Q = \frac{1}{Z}\, p, \quad Z = \frac{8\eta L}{\pi R^4}}}_{\text{allg.: Gesetz von Darcy!}} \quad (5.31)$$

.... hydrodynam. Widerstand

- $Z \sim \frac{1}{R^4}$ $\longrightarrow$ Blutflußregulation durch kleine Dilatation/Kontraktion

Bsp: $\frac{p}{Q} = Z \longrightarrow Z' = 1.3 Z \longrightarrow \frac{R'}{R} = 0.94 \hat{=} 6\%$

- Bsp: für Darcy:

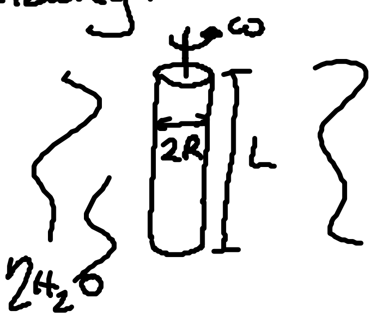


$\longrightarrow Z = \frac{1}{A L_p}$ L_p … "Filtrationskoeffizient"

5.3.3 DNS-Replikation

- Trennung der DNS-Stränge? $\longleftrightarrow$ große viskose Reibung bei Rotation?

- Abschätzung:



$\longrightarrow$ viskoses Drehmoment:

$$T = -4\pi\eta R^2 L\omega \quad (5.32)$$

Reibungsarbeit pro Drehung:

$$W_{frict} = -T\omega \underbrace{\frac{2\pi}{\omega}}_{T} = 8\pi^2\eta R^2\omega L \quad (5.33)$$

(1) E. coli: $\omega = 2\pi \frac{1000 \frac{\text{Basenpaare}}{s}}{10{,}5 \frac{\text{Basenp.}}{\text{Drehung}}} \approx 600 \frac{1}{s}$

$$\xRightarrow{(5.33)} W_{frict} = 4{,}7 \cdot 10^{-17} \frac{J}{m} L$$

(2) DNA-Helicase: $W_{sup} = \frac{1\ ATP}{\text{Drehung}} \approx \frac{20 k_B T_r \approx 8.2 \cdot 10^{-20} J}{\text{Drehung}}$

$$\boxed{W_{sup} \gg W_{frict} \text{ für } L \ll 2\,mm \checkmark}$$

6. Statistische Mechanik – Thermodynamik

- Bio-Frage: Energieerhaltung $\longleftrightarrow$ unterschiedliche Effizienz von Maschinen?

Physikalische Idee: Entropie/Ordnung kontrolliert Arbeitsfähigkeit

6.1 Entropie – Unordnung

- Boltzmannsche Definition: (Basis der stat. Mechanik)

$$S = k_B \ln \underbrace{\Omega\,(E, N, \dots)} \qquad (6.1)$$

Zahl der Mikrozustände eines thermodynam. Zustandes mit festem $E, N, \dots$: <u>mikrokanonisches Ensemble</u>

... Maß für Unordnung

- <u>Bsp.</u>: (1) Münzwurf $\rightarrow$ Zufällige Sequenz:

(N Würfe): WZZWWWZZWZ...

Wappen Zahl

$$\Longrightarrow \quad \Omega = 2^N$$

(2) Wetterabfolge: N Tage: RSSSRSSSSRRRSRR...

$$\Longrightarrow \quad \Omega < 2^N!$$ Korrelationen!!

weniger Zufälligkeit

" Unordnung

(3) Satz mit N Buchstaben: $N_1 \dots A$, $N_2 \dots B$, $N_M \dots Z$ $(M=26)$

$$\Longrightarrow \Omega(3) = \frac{N!}{N_1!\, N_2! \ldots N_M!}$$

- Umschreibung: $S = k_B \ln \Omega(3) = k_B \left[\ln N! - \sum_{i=1}^{M} \ln N_i!\right]$

mit $\ln N! \approx N \ln N - N$

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{S}{N} = -k_B \sum_{i=1}^{M} P_i \ln P_i} \quad (6.2), \quad P_i = \frac{N_i}{N}$$

... Shannon Formel

(1) Informationswissenschaft:

S ... Maß für Information/Unordnung in einer Botschaft

$P_i = \frac{N_i}{N}$ ... Wahrscheinlichkeit für Buchstabe i

(2) Stat. Mechanik: Wahrscheinlichkeit für Mikrozustand i in einem thermodynam. Zustand $\left(\underline{\underline{\frac{S}{N} \longrightarrow S}} \quad (6.2a)\right)$

- Eigenschaft: $\frac{\partial S}{\partial P_i} = 0$ mit $\sum_i P_i = 1$

$$\xRightarrow{\text{Übung}} \boxed{P_i = P_j \;\; \forall i,j \Longleftrightarrow S \text{ maximal}}$$

$\hat{=}$ mikrokanonisches Ensemble!

also: $P_i = \frac{1}{\Omega}$, $M = \Omega \xrightarrow[(6.2a)]{(6.2)} S = k_B \ln \Omega$

entspricht:

$\boxed{\begin{array}{l} \underline{\text{Ergodenhypothese / Grundpost. der stat. Mechanik}} \\ \text{abgeschlossenes, makroskop. System} \\ \quad \Longleftrightarrow P_i = P_j \;\; \forall \text{ zugängl. Mikrozustände} \end{array}}$

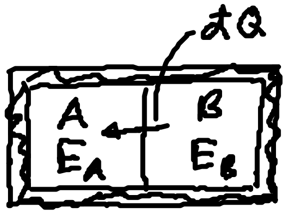
$\Longrightarrow$ "2. HS der Thermodynamik":

$\boxed{\text{abgeschl., makroskop. System: löse innere Zwangsbed.} \rightarrow S \text{ nimmt Maximum im neuen thermodyn. Zustand an.}}$

Bsp. 0. HS der TD:

(1) $T = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)^{-1}$

(2)



neues GG:

$$\left.\frac{\partial (S_A + S_B)}{\partial E_A}\right|_{E = E_A + E_B = \text{const.}} = 0$$

$$\Longrightarrow \boxed{T_A = T_B \ , \text{ bei } E_A^0} \quad (6.3)$$

Anschluß zur Stat. Mechanik:

E_A^0 ... wahrscheinlichster Zustand

makroskop. Systeme: $\delta E_A \lll\lll E_A^0$

· ideales Gas: N einatomige Teilchen, $E = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{N} p_i^2$

(6.1) $\longrightarrow$ (6.4)

$$S = k_B \ln \left[\underbrace{\frac{2\pi^{3N/2}}{\left(\frac{3N}{2}-1\right)!} (2mE)^{3N/2}}_{\substack{\text{Zahl der Impulszustände = Fläche einer} \\ \text{Kugel mit Radius } \sqrt{2mE} \text{ in } 3N \text{ dim.} \\ \text{Impulsraum}}} \ \underbrace{V^N}_{\substack{\text{Zahl der} \\ \text{Orts-} \\ \text{zustände}}} \ \underbrace{\frac{1}{N!}}_{\substack{\text{un-} \\ \text{unter-} \\ \text{scheid-} \\ \text{bare} \\ \text{Teilchen}}} \ \underbrace{\frac{1}{(2\pi\hbar)^{3N}}}_{\substack{\text{"Einheit"} \\ \text{("Unschärfe} \\ \text{der} \\ \text{Zustände}}} \right]$$

... Sakur-Tetrode-Formel

(6.4) $\ln N! = N \ln N - N$

$$\longrightarrow \boxed{S = N s_0 + N k_B \ln\left[\left(\frac{E}{E_0}\right)^{3/2}\left(\frac{V}{V_0}\right)\left(\frac{N}{N_0}\right)^{-5/2}\right]} \quad (6.5)$$

0 ... Referenzzustand

NB: S ist extensiv: $2N, 2V, 2E \rightarrow 2S$

($\frac{1}{N!}$ in (6.4) ist wichtig)

$$(6.5) \Longrightarrow \quad \frac{S}{V} = -c\, k_B \ln\left(\frac{c}{c^*}\right) \quad (6.6) \quad c = \frac{N}{V},$$

$$c^* \sim \left(\frac{E}{N}\right)^{3/2} \sim T^{3/2}$$

Energie pro Molekül