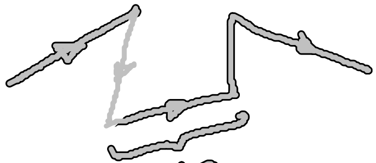
(2) E. coli: Zufallsweg mit Drift $\longrightarrow$ pos. Nahrungs-gradient

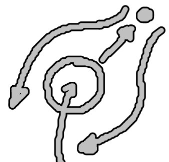
$\overset{22}{\Longleftrightarrow}$ Diffusion



$$\left.\begin{array}{l} v \approx 30\,\frac{\mu m}{s} \\ D \approx 1\,\frac{\mu m^2}{ms} \end{array}\right\} \xrightarrow[(S.28)]{} \underline{\underline{d > \frac{D}{v} \approx 30\,\mu m}}$$

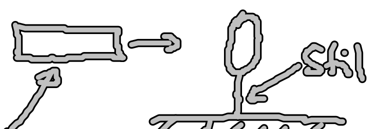
(3) Re < 1:

a)



$$\longrightarrow \left.\begin{array}{l} a \to 12\,\frac{m}{s^2} \\ Re \to 500 \end{array}\right\} \text{jenseits laminaren Flusses}$$

b)



Re<1: Angreifer wird mitgezogen

$\Longrightarrow$ schnelle Kontraktion

von 0,2 - 0,33 mm $\xrightarrow{v \approx 80\,\frac{mm}{s}}$ 0,1 - 0,16 mm

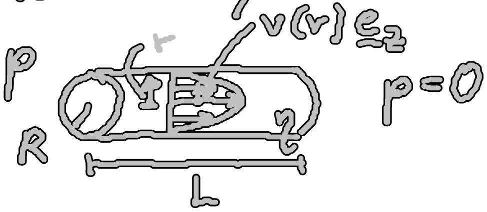
≙ <u>Spasmoneme</u> (schnellste Kontraktion im Tierreich)

5.3.2 Gefäßnetzwerke

- Gefäß-Netzwerke $\longleftrightarrow$ Abfallseitigung / Belieferung $\Big\}$ $\Bigg\{$ Blut, Luft, Lymphe $\Bigg]$ hyrarchischen Verzweigungs-struktur

Bsp: Aorta-Arterien ... Kapillargefäße

- Modell: zylindr. Poiseuille-Strömung



NS $\longrightarrow$ $$\boxed{v(r) = \frac{R^2 - r^2}{4L\eta}\, p} \qquad (5.29)$$

... parabol. Geschw.profil (gültig auch für $Re > 1$, so lange laminar, $\underline{v} \cdot \underline{\nabla}\,\underline{v} = 0$!)

Ausflußrate: $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

$$\boxed{Q = 2\pi \int_0^R v(r)\, r\, dr = \frac{\pi R^4}{8L\eta}\, p} \qquad (5.30)$$

... Hagen-Poiseuille-Gesetz für laminaren Fluß

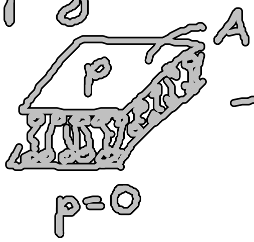
$\longrightarrow$ alle Gefäße bis auf große Venen/Arterien

- (5.30) $\longrightarrow$ $$\underbrace{\boxed{Q = \frac{1}{Z}\, p\,, \quad Z = \frac{8\eta L}{\pi R^4}}}_{\text{allg.: Gesetz von Darcy!}} \qquad (5.31)$$ ... hydrodynam. Widerstand

- $Z \sim \frac{1}{R^4}$ $\longrightarrow$ Blutflußregulation durch kleine Dilatation/Kontraktion

Bsp: $\frac{p}{Q} = Z \longrightarrow Z' = 1.3\, Z \longrightarrow \frac{R'}{R} = 0.94 \mathrel{\hat{=}} 6\%$

• Bsp: für Darcy:

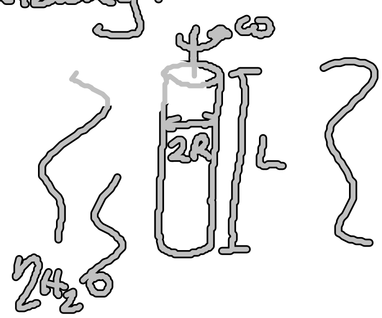


$\longrightarrow Z = \frac{1}{A L_p}$ L_p … „Filtrationskoeffizient"

5.3.3 DNS-Replikation

• Trennung der DNS-Stränge? $\longleftrightarrow$ große viskose Reibung bei Rotation?

• Abschätzung:



$\longrightarrow$ viskoses Drehmoment:

$$\Gamma = -4\pi\eta R^2 L\omega \quad (5.32)$$

Reibungsarbeit pro Drehung:

$$W_{frict} = -\Gamma\omega \underbrace{\frac{2\pi}{\omega}}_{T} = 8\pi^2\eta R^2\omega L \quad (5.33)$$

(1) E. coli: $\omega = 2\pi \frac{1000\,\frac{\text{Basenpaare}}{s}}{10{,}5\,\frac{\text{Basenp.}}{\text{Drehung}}} \approx 600\,\frac{1}{s}$

$$\xrightarrow{(5.33)} W_{frict} = 4{,}7\cdot 10^{-17}\,\frac{J}{m}\,L$$

(2) DNA-Helicase: $W_{sup} = \frac{1\,\text{ATP}}{\text{Drehung}} \approx \frac{20 k_B T_r \approx 8.2\cdot 10^{-20}\,J}{\text{Drehung}}$

$$\boxed{W_{sup} \gg W_{frict} \text{ für } L \ll 2\,mm \;\checkmark}$$

6. Statistische Mechanik - Thermodynamik

• Bio-Frage: Energieerhaltung $\longleftrightarrow$ unterschiedliche Effizienz von Maschinen?

Physikalische Idee: Entropie/Ordnung kontrolliert Arbeitsfähigkeit

6.1 Entropie – Unordnung

• Boltzmannsche Definition: (Basis der stat. Mechanik)

$$S = k_B \ln \underbrace{\Omega(E, N, \dots)}_{\text{Zahl der Mikrozustände eines thermodynam. Zustandes mit festem } E, N, \dots} \qquad (6.1)$$

Zahl der Mikrozustände eines thermodynam. Zustandes mit festem $E, N, \dots$: mikrokanonisches Ensemble

... Maß für Unordnung

• Bsp.: (1) Münzwurf $\longrightarrow$ Zufällige Sequenz:

(N Würfe): W Z Z W W W Z Z W Z ...

Wappen Zahl

$\Longrightarrow \quad \Omega = 2^N$

(2) Wetterabfolge: N Tage: R S S S R S S S S R R R S R R ...

$\Longrightarrow \quad \Omega < 2^N$! Korrelationen!!

weniger Zufälligkeit

" Unordnung

(3) Satz mit N Buchstaben: $N_1 \dots A, \; N_2 \dots B, \; N_M \dots Z \quad (M=26)$

$$\Longrightarrow \Omega(3) = \frac{N!}{N_1!\, N_2! \ldots N_M!}$$

- Umschreibung: $S = k_B \ln \Omega(3) = k_B \left[\ln N! - \sum_{i=1}^{M} \ln N_i!\right]$

mit $\ln N! \approx N \ln N - N$

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{S}{N} = -k_B \sum_{i=1}^{M} p_i \ln p_i} \quad (6.2), \quad p_i = \frac{N_i}{N}$$

... Shannon Formel

(1) Informationswissenschaft:

S ... Maß für Information/Unordnung in einer Botschaft

$p_i = \frac{N_i}{N}$ ... Wahrscheinlichkeit für Buchstabe i

(2) Stat. Mechanik: Wahrscheinlichkeit für Mikrozustand i in einem thermodynam. Zustand $\left(\frac{S}{N} \longrightarrow S \quad (6.2a)\right)$

- Eigenschaft: $\frac{\partial S}{\partial p_i} = 0$ mit $\sum_i p_i = 1$

$$\xRightarrow{\text{Übung}} \boxed{p_i = p_j \quad \forall i,j \Longleftrightarrow S \text{ maximal}}$$ $\hat{=}$ mikrokanonisches Ensemble!

also: $p_i = \frac{1}{\Omega}$, $M = \Omega \xrightarrow[(6.2a)]{(6.2)} S = k_B \ln \Omega$

entspricht:

<u>Ergodenhypothese/Grundpost. der stat. Mechanik</u>

abgeschlossenes, makroskop. System

$\Longleftrightarrow p_i = p_j \quad \forall$ zugängl. Mikrozustände

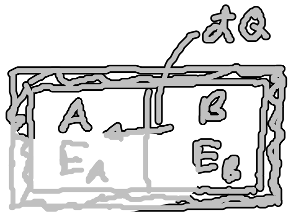
⟹ "2. HS der Thermodynamik":

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{abgeschl., makroskop. System:}\\ \quad \text{löse innere Zwangsbed.} \rightarrow S \text{ nimmt Maximum}\\ \qquad\qquad \text{im neuen thermodyn. Zustand an.}\end{array}}$$

Bsp.: 0. HS der TD:

(1) $T = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)^{-1}$

(2)



neues GG:

$$\left.\frac{\partial (S_A + S_B)}{\partial E_A}\right|_{E = E_A + E_B = \text{const.}} = 0$$

$$\Longrightarrow \boxed{T_A = T_B \,, \text{ bei } E_A^0} \qquad (6.3)$$

Anschluß zur Stat. Mechanik:

E_A^0 … wahrscheinlichster Zustand

makroskop. Systeme: $\delta E_A \lll E_A^0$

· idealles Gas: N einatomige Teilchen, $E = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{N} p_i^2$

(6.1) ⟶

$$\boxed{S = k_B \ln\left[\underbrace{\frac{2\pi^{3N/2}}{\left(\frac{3N}{2}-1\right)!}\,(2mE)^{3N/2}}_{\text{Zahl der Impulszustände = Fläche einer Kugel mit Radius } \sqrt{2mE} \text{ in 3N dim. Impulsraum}} \; \underbrace{V^N}_{\text{Zahl der Ortszustände}} \; \underbrace{\frac{1}{N!}}_{\text{ununterscheidbare Teilchen}} \; \underbrace{\frac{1}{(2\pi\hbar)^{3N}}}_{\text{"Einheit" ("Unschärfe der Zustände")}}\right]} \qquad (6.4)$$

… Sakur-Tetrode-Formel

(6.4) $\ln N! = N \ln N - N$

$$\longrightarrow \boxed{S = N s_0 + N k_B \ln\left[\left(\frac{E}{E_0}\right)^{3/2}\left(\frac{V}{V_0}\right)\left(\frac{N}{N_0}\right)^{-5/2}\right]} \quad (6.5)$$

0 ... Referenzzustand

NB: S ist extensiv: $2N, 2V, 2E \rightarrow 2S$

($\frac{1}{N!}$ in (6.4) ist wichtig)

(6.5) $\longrightarrow$ $$\frac{S}{V} = - c\, k_B \ln\left(\frac{c}{c^*}\right) \quad (6.6)$$ $c = \frac{N}{V}$,

$c^* \sim \left(\frac{E}{N}\right)^{3/2} \sim T^{3/2}$

Energie pro Molekül