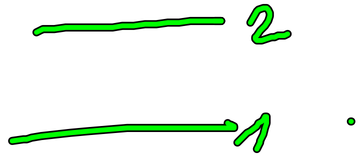
II 2. d) Rabiflopping

Erste Anwendung für die Blochgleichungen:



$$\partial_t \, tr(|1\rangle\langle 2|\rho) = \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\, tr(|1\rangle\langle 2|\rho) + \frac{i}{\hbar} E(t)\, d_{21} \big(tr(|2\rangle\langle 2|\rho) - tr(|1\rangle\langle 1|\rho) \big)$$

$$\partial_t \, tr(|1\rangle\langle 1|\rho) = 2 \,\mathrm{Im}\left(\frac{E(t)}{\hbar} d_{12}\, tr(|1\rangle\langle 2|\rho) \right)$$

$$tr(\rho) = 1 = tr\big((\underbrace{|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|}_{= \mathrm{Id}})\rho \big) = tr(|1\rangle\langle 1|\rho) + tr(|2\rangle\langle 2|\rho)$$

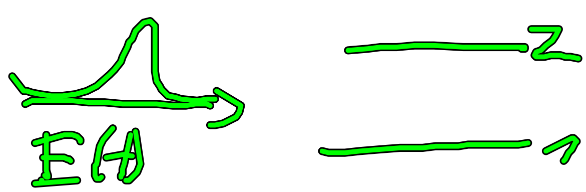
$$p = tr(|1\rangle\langle 2|\rho)$$

$$f_1 = tr(|1\rangle\langle 1|\rho) \qquad f_2 = tr(|2\rangle\langle 2|\rho)$$

$$\partial_t \, p = \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\, p + \frac{i}{\hbar} E(t) \cdot d_{21} (f_2 - f_1)$$

$$= \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\, p - \frac{i}{\hbar} E(t) \cdot d_{21} (1 - 2 f_2)$$

$$\partial_t \, f_2 = -2 \,\mathrm{Im}\left(\frac{E(t)}{\hbar} \cdot d_{12}\, p \right)$$



$$E(t) = \hat{E}(t)\cdot\cos(\omega_L t+\varphi) = \hat{E}(t)\,\frac{1}{2}\left(e^{i\omega_L t+i\varphi}+e^{-i\omega_L t-i\varphi}\right)$$

$\Uparrow$ langsam im Vgl. zur opt. Periode

$$\omega_L = \frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\hbar} \quad \text{(resonante Anregung}$$

Rotating: $p(t) = e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)t}\,\tilde{p}(t)$

$$\partial_t p(t) = \partial_t\left(e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)t}\,\tilde{p}(t)\right) = \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\,\tilde{p}(t)\,e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)t} + e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)t}\,\partial_t\tilde{p}(t)$$

$$= \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\,\tilde{p}(t)\,e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)t} - \frac{i}{\hbar}E(t)\cdot d_{21}(1-2f_2)$$

$$\Rightarrow \partial_t\tilde{p}(t) = -\frac{i}{\hbar}d_{21}\cdot\hat{E}(t)\,\frac{1}{2}\left(\cancel{e^{i\omega_L t+i\varphi}}+e^{-i\omega_L t-i\varphi}\right)e^{i\omega_L t}(1-2f_2)$$

$2\omega_L$

$$\partial_t\tilde{p}(t) = -\frac{i}{\hbar}d_{21}\,\hat{E}(t)\,\frac{1}{2}\,e^{i\varphi}\,(1-2f_2)$$

$$\partial_t f_2 = -2\,\mathrm{Im}\left(\frac{\hat{E}(t)\cdot d_{12}}{\hbar}\,\frac{1}{2}\left(e^{i\omega_L t+i\varphi}+e^{-i\omega_L t-i\varphi}\right)e^{-i\omega_L t}\,\tilde{p}(t)\right)$$

$$= -\mathrm{Im}\left(\frac{\hat{E}(t)\cdot d_{12}}{\hbar}\,e^{i\varphi}\,\tilde{p}(t)\right)$$

Lösung raten: $f_2(t) = \sin^2\frac{\theta(t)}{2}$

Pulsfläche: $\theta(t) = \int_{t_0}^{t}\Omega(t)\,dt$

$\tilde{p}(t) = \frac{-i}{2}\sin\theta$

$\Omega = \frac{\hat{E}(t)\cdot d_{12}}{\hbar}\,e^{-i\varphi}$ Spezialfall $\varphi = 0$

Probe!

$$\partial_t\tilde{p}(t) = -i\frac{\Omega}{2}\Big(1-2\underbrace{\sin^2\frac{\theta}{2}}_{\frac{1}{2}(1-\cos\theta)}\Big) = -i\frac{\Omega}{2}\cos\theta$$

$$\parallel \qquad \overset{!}{=}$$

$$-\frac{i}{2}\cos\theta\cdot\Omega$$

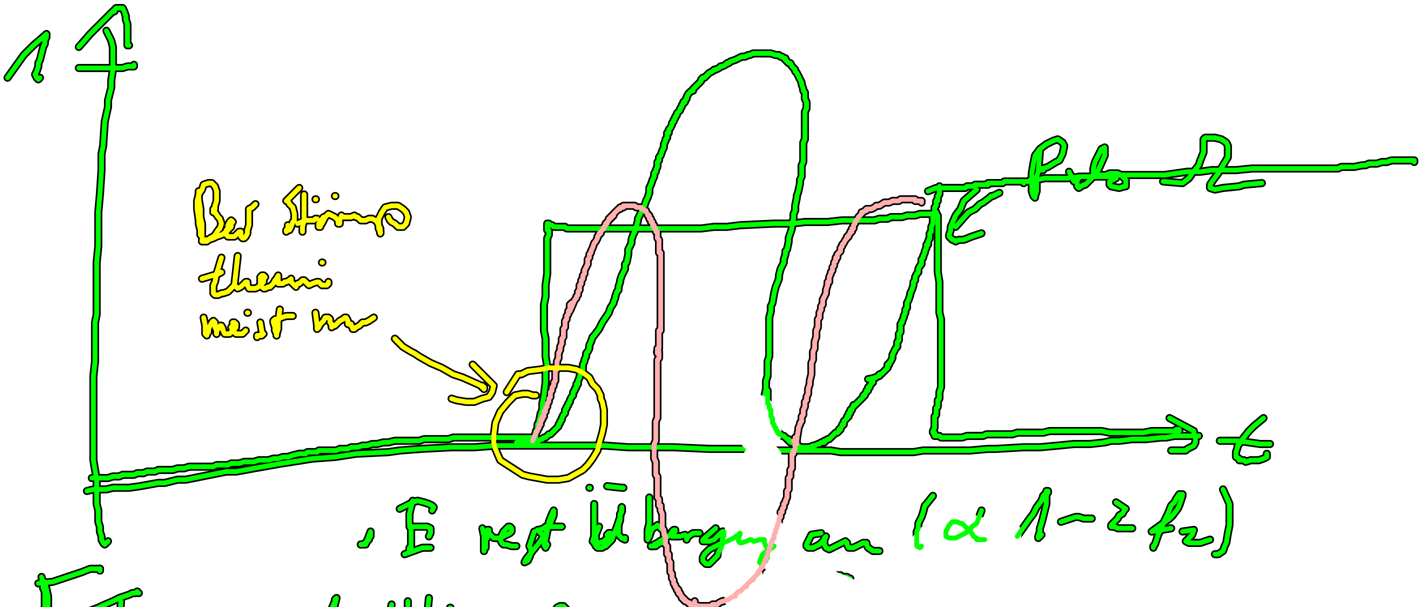
✓ Korrekt!

$$\partial_t f_2 = -\mathrm{Im}\left(\frac{\hat{E}(t)\, d_{12}}{\hbar}\, e^{i\varphi}\, \underbrace{\tilde{\rho}(t)}_{-\frac{1}{2}\sin\theta}\right)$$

V Korrekt

$$\partial_t f_2 = \underbrace{\cos\tfrac{\theta}{2}\cdot\sin\tfrac{\theta}{2}\cdot\Omega}_{\frac{1}{2}\sin\theta\,\Omega}$$

Lösung diskutieren



, Ê regt Übergang an ($\propto 1-2f_2$)

Γ Frage von Matthias-Rebekka: Spontane Emission

n: Photonenzahl

Emissionsw. $\propto (1+n)$

Absorption $\propto n$

Hohe Intensität $(1+n) \simeq n$

⇒ Klassischer Grenzfall

Wenn n klein, also z.B. 0 oder 1

⇒ Folge veränderte Rabifrequenz und Rabiflopping mit 0 Photon ⇔ 1 Photon

Die Anzahl der Flops wird in Einheiten von π angegeben $\theta(t)=\int_{t_0}^{t}\Omega(t')\,dt'$

II 2.f Absorptionsspektrum

1) Mikroskopische Theorie der Materie ⇒

Können Absorptionsspektrum besser machen?

$$\alpha(\omega) = \varepsilon_0 \frac{\omega}{n(\omega)c} \operatorname{Im}\chi(\omega)$$

Kann $\chi(\omega)$ mikroskopisch bestimmt werden?

Wichtig Lineare Optik, also

$$P(\omega) = \chi(\omega) E(\omega)$$

$$\chi(\omega) = \frac{P(\omega)}{E(\omega)}$$

Zur Bestimmung Probe mit $E(\omega)$ anregen.

Bei geg. $E(\omega)$ muss $P(\omega)$ berechnet werden!

Erinnerung:

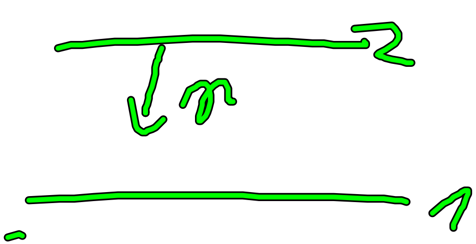
$$P(\underline{R}) = \sum_{n \in U(\underline{R})} \sum_{mh} d_n^{mh} \, tr(|m\rangle\langle h|\rho)$$

↳ Dynamik von $tr(|m\rangle\langle n|\rho)$ bestimmen.

Bsp: · Zwei Niveau system

· Zwei Zwei Niveau systeme (gekoppelt)

Zwei-Niveausystem



kein E-Feld

$$\partial_t tr(|1\rangle\langle 2|\rho) = \frac{-i}{\hbar}(E_1 - E_2)\, tr(|1\rangle\langle 2|\rho) - \gamma\, tr(|1\rangle\langle 2|\rho)$$

$$+\frac{i}{\hbar} E(t)\, d_{21} \left(tr(|2\rangle\langle 2|\rho) - tr(|1\rangle\langle 1|\rho)\right)$$

ein E-Feld   zweites E-Feld   linear

$$\partial_t\, tr(|1\rangle\langle 1|\rho) = 2\, \mathrm{Im}\left(\frac{E(t)}{\hbar}\cdot d_{12}\; tr(|1\rangle\langle 2|\rho)\right) = 0$$

Wir brauchen Dynamik von $tr(|1\rangle\langle 2|\rho)$ in Abhängigkeit von E (linear) ($E(t)$ klein $|E(t)|^2 \simeq 0$) Also $E(t)$ zählt

$\Rightarrow$ AFB f. $tr(|2\rangle\langle 2|\rho)$ und $tr(|1\rangle\langle 1|\rho)$ verwenden

$$\partial_t\, tr(|1\rangle\langle 1|\rho) = 0$$
$$\partial_t\, tr(|2\rangle\langle 2|\rho) = 0$$

da quadratisch im E-Feld.

In linearer Optik ist der Puls so schwach dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten nicht verändert werden.

<u>Lsg</u> der Gl. Fourierraum

$$i\omega\, tr(|1\rangle\langle 2|\rho)(\omega) = \frac{i}{\hbar}\left(E_1 - E_2 + i\gamma\right) tr(|1\rangle\langle 2|\rho)(\omega) + \frac{i}{\hbar} E(\omega)\cdot d_{21}\left(tr(|2\rangle\langle 2|\rho) - tr(|1\rangle\langle 1|\rho)\right)$$

$$\left(i\left(\omega - \frac{E_1}{\hbar} + \frac{E_2}{\hbar}\right) + \gamma\right) tr(|1\rangle\langle 2|\rho)(\omega) = \frac{i}{\hbar} E(\omega)\cdot d_{21}\left(tr(|2\rangle\langle 2|\rho) - tr(|1\rangle\langle 1|\rho)\right)$$

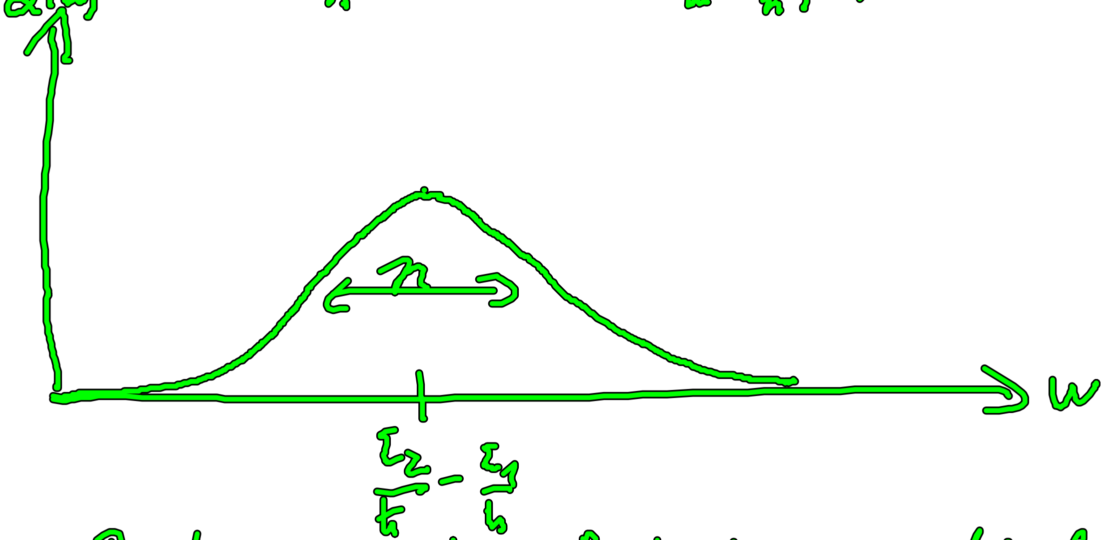
$$tr(|1\rangle\langle 2|\rho)(\omega) = \frac{\frac{i}{\hbar} E(\omega)\, d_{21}}{\left(i\left(\omega - \frac{E_1}{\hbar} + \frac{E_2}{\hbar}\right) + \gamma\right)} \left(tr(|2\rangle\langle 2|\rho) - tr(|1\rangle\langle 1|\rho)\right)$$

$$tr(|1\rangle\langle 2|\rho)(\omega) = \frac{i}{\hbar} E(\omega)\cdot d_{21}\; \frac{-i\left(\omega - \frac{E_1}{\hbar} + \frac{E_2}{\hbar}\right) + \gamma}{\left(\omega - \frac{E_1}{\hbar} + \frac{E_2}{\hbar}\right)^2 + \gamma^2} \cdot \left(tr(|2\rangle\langle 2|\rho) - tr(|1\rangle\langle 1|\rho)\right)$$

Die relevante Größe ist

$$\omega\, \mathrm{Im}\left(d_{12}\; tr(|1\rangle\langle 2|\rho)(\omega)\right)$$

$$\alpha(\omega) = \omega \frac{|d_{12}|^2 E(\omega)}{\hbar} \frac{\gamma}{\left(\omega - \frac{E_2}{\hbar} + \frac{E_1}{\hbar}\right)^2 + \gamma^2} \left(\mathrm{tr}(|2\rangle\langle 2|\rho) - \mathrm{tr}(|1\rangle\langle 1|\rho)\right)$$



Breite wird durch Dephasierungszeit festgelegt.

<u>Informationsgewinnung</u>: Dephasierungszeit,
Gapenergie,
Oszillatorstärke ⇒ Dipolmoment.