Wie Vierwellenmischen wenn räumliche Separation unmöglich?

1) Ort geht nicht!

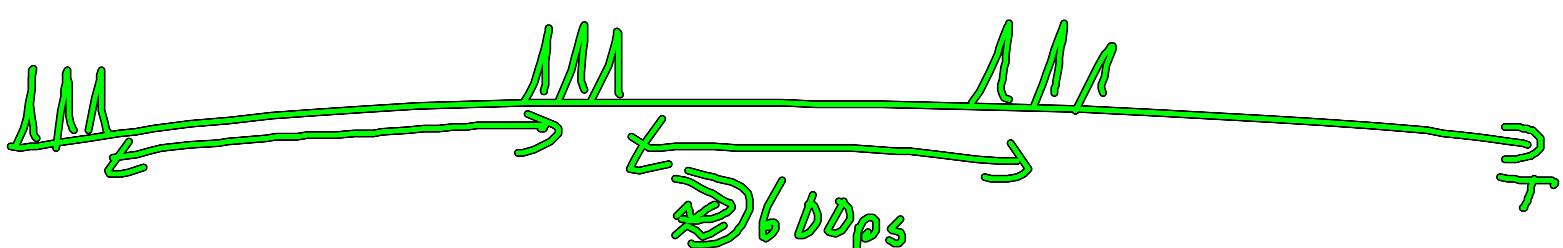
2) Zeit? Das wollen wir anwenden! Aber die Zeitdynamik geht eigentlich nicht!
Vorallem nicht auf Zeitskalen des Experiments.

3) Zeit,
- Experiment wiederholen
- Zeitlicher Abstand > Zeitskalen die für Experiment wichtig ist.
- System muß wieder im Ursprungszustand sein bei Wiederholung.

IV 5 b) heterodyne Detektion, Separation im Zeitraum durch Repetition

(Mecozzi, Mørk, J. Opt. Soc. Am B 2437–2452, 13 (1996))

Experiment oft wiederholen und Phase hinzufügen



Also $E_1(t) \Rightarrow E_1(t)\, e^{i\Omega_1 T_n}$

Zeit des Experiments

$E_2(t) \Rightarrow E_2(t)\, e^{i\Omega_2 T_n}$

$$E_3(t) \Rightarrow E_3(t)\, e^{i\Omega_3 T_n}$$

Wichtig $\Omega \cdot t \ll 1$

Zeitskala im Exponent

Wie kann man $e^{i\Omega T}$ erzeugen? (Relative Phase wichtig!)

$\Rightarrow$ Kristalle, die mit der Frequenz Ω schwingen, verpassen dem E-Feld eine Phase. OPO oder AOM

Dann $\sum_n e^{i(\pm\Omega_1\pm\Omega_2\pm\Omega_3)T_n}\, e^{-i\Omega_0 T_n} \longrightarrow \int dT\, e^{i(\pm\Omega_1\pm\Omega_2\pm\Omega_3-\Omega_0)T}$

$$\propto \delta(\pm\Omega_1\pm\Omega_2\pm\Omega_3-\Omega_0)$$

Signal $\Omega_S=\Omega_0=\pm\Omega_1\pm\Omega_2\pm\Omega_3$

kann bei $\Omega_S = \pm\Omega_1\pm\Omega_2\pm\Omega_3$

Typische Werte 40 MHz, 39 MHz

Wichtig Phasensensitive Detektion.

$\Rightarrow$ Heterodyne Detektion. (Im und Re gleichzeitig)

V. Raman und Fluoreszenzspektroskopie

1. Quantenoptische Grundlagen

klassische Feldtheorie:

$$H = \int d\underline{r} \left(\frac{\varepsilon_0}{2}|E(\underline{r},t)|^2 + \frac{1}{2\mu_0}|B(\underline{r},t)|^2\right)$$

Modenentwicklung

$$\underline{E}(\underline{r},t) = \sum_\lambda \underline{u}_\lambda(\underline{r})\, E_\lambda^-(t) + c.c.$$

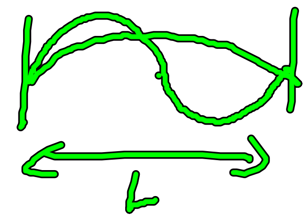
$\underline{u}_\lambda$ Lsg der Helmholtzgl. (Geometrie, Resonator oder freier Raum)

$\underline{u}_\lambda = e^{i\underline{k}\cdot\underline{r}}$ (freier Raum)

$\lambda = \underline{k}$

oder Resonator 1D Resonator

$u_\lambda = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\lambda\pi}{L}x\right)$



Die Entwicklungskoeffizient $E_\lambda^-(t)$

werden Vertauschungs ⊗ $[E_j(\underline{r},t), H_k(\underline{r}',t)]_- = -i\hbar c^2 \frac{\partial}{\partial x_l}\delta^{(3)}(\underline{r}-\underline{r}')$

$j \cdot k \cdot l$ zyklisch.

+ Normierungsbedingung:

$E_\lambda^- = -i\sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2\varepsilon_0}}\; b_\lambda^*(t)$

$E_\lambda^+ = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2\varepsilon_0}}\; b_\lambda(t)$ $\qquad \omega_\lambda = \frac{\lambda\pi c}{L}$, $\lambda = 1,2,3\ldots$

$b_\lambda, b_\lambda^* \longrightarrow b_\lambda, b_\lambda^+$ $\qquad \Rightarrow [b_\lambda, b_{\lambda'}^+]_- = \delta_{\lambda\lambda'}$

⊗ wie $[p,q]=\hbar$ beim harm. Osz. $\qquad$ folgt Bosonen.

Setzen wir in den Hamiltonoperator ein

$$\Rightarrow H_{EM} = \sum_\lambda \hbar\omega_\lambda \left(b_\lambda^+ b_\lambda + \cancel{\tfrac{1}{2}}\right)$$

Eichung, sonst ∞.

Der Ham. Op hat Form $A p^2 - B q^2$

$\Rightarrow$ ähnlich dem harmonischen Oszillator

Details E-Dynamik + Quantenoptik

$\Rightarrow$ Spektroskopie, WW mit Materie.

Wechselwirkung mit Materie

Aus II 2.b) $H_{int} = E(t) \cdot d_{12} |1\rangle\langle 2| + h.c.$

$$H_{int} = \sum_\lambda |1\rangle\langle 2| \left(b_\lambda g_{12}^\lambda + b_\lambda^+ g_{12}^\lambda\right) + h.c.$$

Also induziert Übergang bei dem Elektron erzeugt oder vernichtet wird.

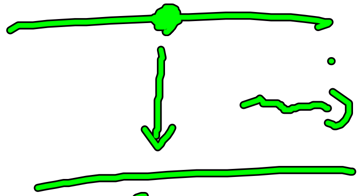
Ähnlich zum getriebenen harm. Osz.

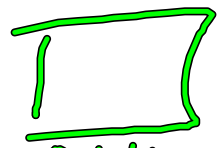
Praktisch den Photon in Fockzuständen zu formulieren.

$$|n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \dots, n_{\lambda_n}\rangle$$

V.2 Fluoreszenz

Experiment





Detektor messen, der ein Spektrum aufnimmt.

Wir brauchen eine Detektortheorie, aber sehr kompliziert.

$$N_s = \frac{d}{dt}\langle b_s^\dagger b_s\rangle \qquad \text{(Einfaches Modell)}$$

$\Uparrow$ Frequenzmodenindex

$$\frac{d}{dt}\langle b_s^\dagger b_s\rangle = \frac{i}{\hbar}\langle [H_{int}, b_s^\dagger b_s]_-\rangle$$

$$= \frac{-i}{\hbar}\,\mathrm{tr}\Big(\Big[\sum_\lambda \big(|1\rangle\langle 2|(b_\lambda s_{12}^\lambda + b_\lambda^\dagger s_{12}^{\lambda *}) + |2\rangle\langle 1|(b_\lambda s_{21}^\lambda + b_\lambda^\dagger s_{21}^{\lambda *})\big), b_s^\dagger b_s\Big]_- \rho\Big)$$

$$= \underline{\frac{-i}{\hbar}\,\mathrm{tr}(s_{12}^s\, |1\rangle\langle 2| b_s \rho)} - \frac{i}{\hbar}\,\cancel{\mathrm{tr}(s_{12}^s\, |1\rangle\langle 2| b_{\lambda s}^\dagger \rho)}$$

$$+ \frac{-i}{\hbar}\,\cancel{\mathrm{tr}(s_{21}^{s*}\, |2\rangle\langle 1| b_s \rho)} - \underline{\frac{i}{\hbar}\,\mathrm{tr}(s_{21}^s\, |2\rangle\langle 1| b^\dagger \rho)}$$