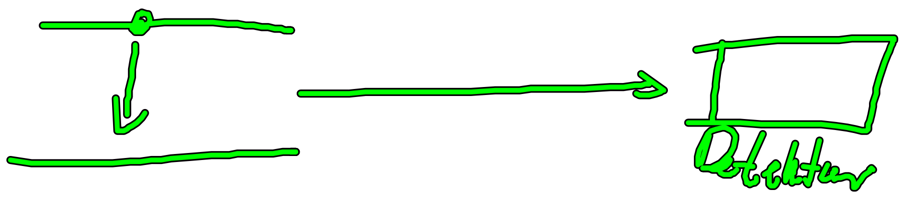
V.2 Fluoreszenz f.



$$\frac{d}{dt}\langle b_s^\dagger b_s\rangle = \frac{i}{\hbar}\, tr\left(g^s_{12}\, |1\rangle\langle 2|\, b_s \rho\right) - \frac{i}{\hbar}\, tr\left(g^{*s}_{12}\, |2\rangle\langle 1|\, b_s^\dagger \rho\right)$$

$$= 2\, \mathrm{Im}\left(\underline{tr\left(g^s_{12}\, |1\rangle\langle 2|\, b_s \rho\right)}\right)$$

$$\partial_t\, tr\left(|1\rangle\langle 2|\, b_s \rho\right) = i\left(\frac{E_1}{\hbar} - \frac{E_2}{\hbar} - \omega_s\right) tr\left(|1\rangle\langle 2|\, b_s \rho\right)$$
$$- \gamma\, tr\left(|1\rangle\langle 2|\, b_s \rho\right)$$
$$+ i\, g^{*s}_{21}\, tr\left(|2\rangle\langle 2|\, b_s b_s^\dagger \rho\right)$$
$$- i\, g^s_{12}\, tr\left(|1\rangle\langle 1|\, b_s^\dagger b_s \rho\right)$$

Lsg mit Störungstheorie, bei t_0 ist System $|2\rangle\langle 2|$ und kein Photon $\rho = |2,0\rangle\langle 2,0|$

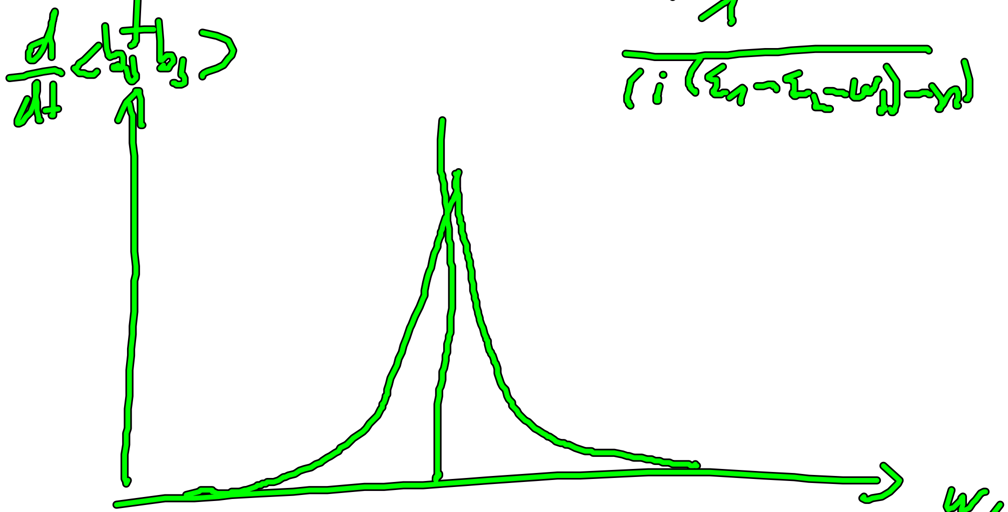
$\Downarrow$

$$\partial_t\, tr\left(|1\rangle\langle 2|\, b_s \rho\right) = \left(i\left(\frac{E_1}{\hbar} - \frac{E_2}{\hbar} - \omega_s\right) - \gamma\right) tr\left(|1\rangle\langle 2|\, b_s \rho\right)$$
$$+ i\, g^{*s}_{21}\, \underbrace{tr\left(|2\rangle\langle 2|\, b_s b_s^\dagger \rho\right)}_{=1}$$

$$\Rightarrow \mathrm{tr}\left(|1\rangle\langle 2|\, b_s\, \varrho\right) = i \int_{t_0}^{t} dt'\, e^{i\left(\frac{E_1}{\hbar} - \frac{E_2}{\hbar} - \omega_s\right) - \gamma(t-t')}\, g_{21}^{*s}$$

$$= i \int_{0}^{\infty} d\tau\, e^{i\left(\frac{E_1}{\hbar} - \frac{E_2}{\hbar} - \omega_s\right)\tau - \gamma\tau}\, g_{21}^{*s}$$

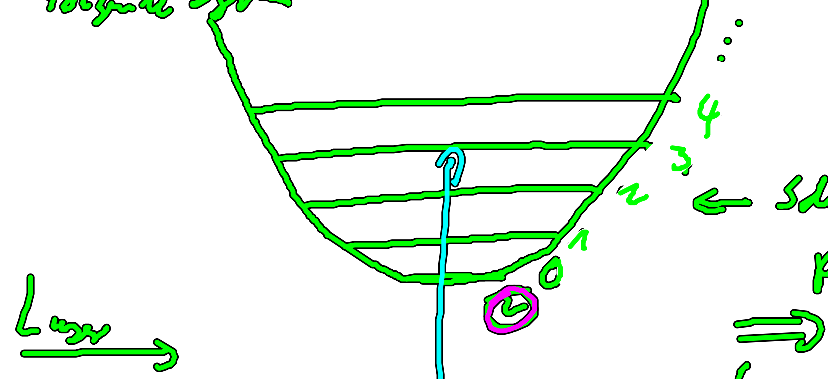
$$\frac{d}{dt}\langle b_s^+ b_s\rangle = 2\,\mathrm{Re}\left(\underbrace{i \int_{0}^{\infty} d\tau\, e^{\left(i\left(\frac{E_1}{\hbar} - \frac{E_2}{\hbar} - \omega_s\right) - \gamma\right)\tau}}_{\frac{1}{\left(i\left(E_1 - E_2 - \omega_s\right) - \gamma\right)}} \left|g_{21}^{*s}\right|^2 \right)$$



Wie Absorptionsspektrum

V.3 Resonanzfluoreszenz und Raman

Folgende System

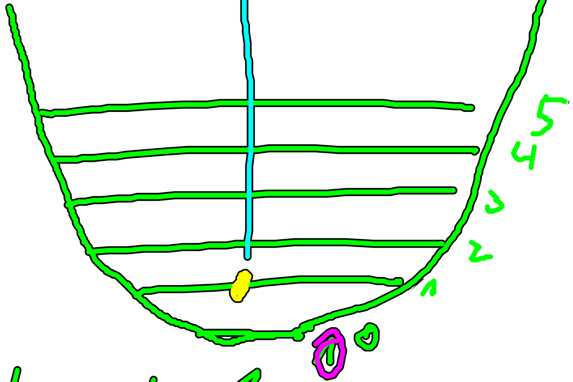


← Schwingzahl

Eine Mode

Photon-Emission

$\Longrightarrow$



Was ist zu tun?

Wir brauchen die Wechselwirkung mit dem Laser

$$H_{el-Licht} = E(t)\cdot d_{12}\, |1\rangle\langle 2| + h.c.$$

Modifiziert

$$H_{el\,Laser} = \sum_{nm} E(t)\cdot d_{12}^{nm}\, |1,n\rangle\langle 2,m| + h.c.$$

↑ Phononzahl

Analog Quant. Lichtfeld:

$$H_{el-Quant} = \sum_{\lambda nm} |1,n\rangle\langle 2,m| \left(b_\lambda\, g_{12}^{\lambda nm} + b_\lambda^\dagger\, g_{12}^{\lambda nm} \right) + h.c.$$

Um Emission und Anregung gleichwertig zu beschreiben braucht man Störungstheorie der Ordnung $d^2 g^2$.

Was ist Fluoreszenz und was ist Raman?

Idee ist das System ist am Anfang im Grundzustand: $tr\{|1,n\rangle\langle 1,n|\rho\} \neq 0$

0 Photonen

$|1, n, 1_s\rangle$ ← 1. Photon in der Mode s

Wo kann passieren?

$tr(|1,n\rangle\langle 1,n|\varrho)$

$tr(|\psi\rangle\langle\psi|\varrho)$
inkohärente Prozesse
$\Downarrow$
Fluoreszenz

Wege ohne Dichte sind kohärente Prozesse
$\Downarrow$
Raman, Rayleigh.

$tr(|1,n,1_s\rangle\langle 1,n,1_s|\varrho)$

dann $\sum_n tr(|1,n,1_s\rangle\langle 1,n,1_s|\varrho) = tr(b_s^\dagger b_s \varrho)$ ← Messgröße

1.) Kohärent bezeichnet Prozesse bei denen keine Dichten auftreten, also $tr(|n\rangle\langle n|\varrho)$ wobei $|n\rangle$ bel. Zustand.

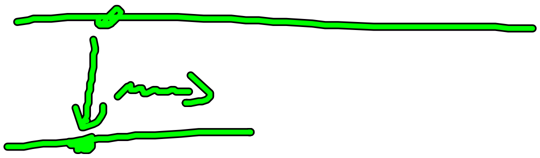
2.) Inkohärent sind Prozesse Dichte.
Dichten zerfallen langsamer als Kohärenzen, also inkohärente Anteile bleiben länger.

TODO: Bewegungsgl. herleiten (Achtung Störung gesetzt!)

Beginne bei Observablen!

$$\partial_t \, \mathrm{tr}(|1,n,1_s\rangle\langle 1,n,1_s|\rho)$$

$$= 2\,\mathrm{Im} \sum_m g_{12}^{nm} \underbrace{\mathrm{tr}(|1,n,1_s\rangle\langle 2,m|\rho)} + \cancel{2 \sum_n \mathrm{Im}\left(d_{12}^{nm} I(t)\, \mathrm{tr}(|1,n,1_s\rangle\langle 2,m,1_s|\rho)\right)}$$



Als nächstes Bewegungsgl. für $\mathrm{tr}(|1,n,1_s\rangle\langle 1,m|\rho)$:

$$\partial_t \, \mathrm{tr}(|1,n,1_s\rangle\langle 2,m|\rho) = i(\omega_s - \omega_g + (n-m)\omega_{el})\, \mathrm{tr}(|1,n,1_s\rangle\langle 2,m|\rho)$$

$$- \gamma \, \mathrm{tr}(|1,n,1_s\rangle\langle 2,m|\rho) \Leftarrow \text{Dephasing}$$

$$+ i \sum_k g_{12}^{nk} \, \mathrm{tr}(|2,k\rangle\langle 2,m|\rho) \Leftarrow \text{Fluoreszenz}$$

$$+ 2.\ \cancel{\text{Term}} \Leftarrow \text{falsche Ordnung}$$

Fluoreszenz-linie

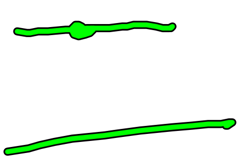
$$\frac{1}{(\omega_s - \omega_g + (n-m)\omega_{el})^2 + \gamma^2}$$

$$+ i \sum_k E(t)\, d_{12}^{mk} \, \mathrm{tr}(|1,n,1_s\rangle\langle 1,k|\rho) \Leftarrow \text{Raman Fluoreszenz}$$

$$+ 2.\ \text{Term}.$$

Weitere Gl. $\mathrm{tr}(|2,k\rangle\langle 2,m|\rho)$ $\quad k=m$ Secular Approximation.

$$\partial_t \, \mathrm{tr}(|2,k\rangle\langle 2,m|\rho) = -i \sum_k E(t)\, d_{12}^{mk} \, \mathrm{tr}(|2,k\rangle\langle 1,k|\rho)$$



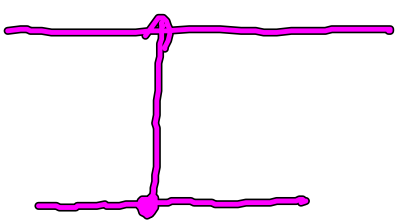
$$+ i \sum_k E(t) \cdot d_{12}^{mk} \, \mathrm{tr}(|1,k\rangle\langle 2,m|\rho)$$

$$+ \text{spontane}$$

$$\partial_t \, \mathrm{tr}(|2,k\rangle\langle 1,l|\rho) = i(\omega_g + (k-l)\omega_{el} - \gamma)\, \mathrm{tr}(|2,k\rangle\langle 1,l|\rho)$$

$$+ i \sum_j E(t)\, d^{jk} \, \mathrm{tr}(|1,j\rangle\langle 1,l|\rho)$$

$$+ \ldots\ldots$$



$\mathcal{E}(t)\cdot d_{12}^{nh}\; tr(|1,n,1_S\rangle\langle 1,h|_S)$

$\Longrightarrow \mathcal{E}(t)\, tr(|1,n,1_S\rangle\langle 1,h|_S)^+$

mit $tr(|1,n,1_S\rangle\langle 1,h|_S)^+ = e^{-i\omega_0 t}\, tr(|1,n,1_S\rangle\langle 1,h|_S)$

$\partial_t\, tr(|1,n,1_S\rangle\langle 1,h|_S)^+ = i(\omega_c + (h-l_1)\omega_L - \omega_0)\, tr(|1,n,1_S\rangle\langle 1,h|_S)^+$

$+\, i\sum_j g_j^{Sin}\; tr(|2,j\rangle\langle 1,h|_S)^+$

$\cancel{+\mathcal{L}\,\text{Term}}$

Raman Linie

$$\frac{1}{(\omega_c + (h-l)\omega_L - \omega_0)^2 + \Gamma^2}$$

$\partial_t\, tr(|2,j\rangle\langle 1,h|_S)^+ = i(\omega_g + (j-h)\omega_L - \omega_0 + i\gamma_2)\, tr(|2,j\rangle\langle 1,h|_S)^+$

$+\, i\sum_e d^{e}\,\mathcal{E}(t)\, tr(|1,e\rangle\langle 1,h|_S) \Leftarrow$ Anfangsbed.

Alle Gleichungen ineinander einsetzen