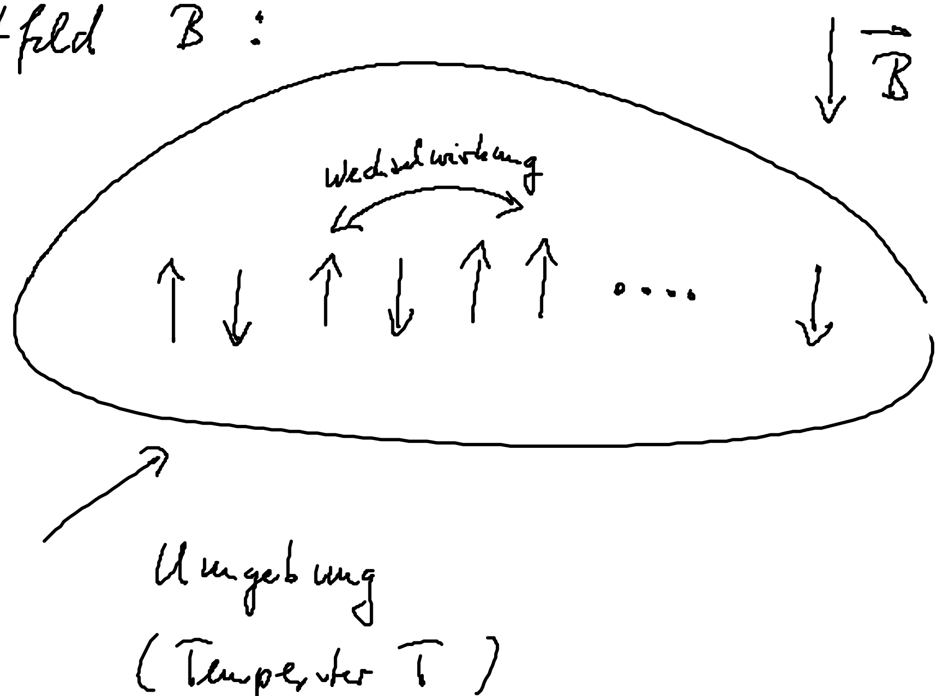
4.3 Para- und Ferromagnetismus

betrachten eine Ansammlung von Spins im externen Magnetfeld $\vec{B}$:



Magnetismus hervorgerufen durch:

- Bahndrehimpuls der Elektronen (Elektrodynamik)
- Spins der Elektronen (quantenmechanischer Beitrag)

$\underbrace{\hspace{10em}}$

reagieren auf magnetische Felder

hier nur Spins!

untersuchtes System zeigt Konkurrenz
zwischen dem Ausrichteffekt d. Magnetfeld und
dem Temperatureffekt der Umgebung, die die Spins
versucht gleich zu verteilen.

nehmen $\vec{B} = B\vec{e}_z$ nur in z-Richtung

<u>Wann gutes Modell?</u> Bahndrehimpulsbeitrag gering
($\ell = 0$ Zustände)

$\longrightarrow$ Magnetfelder koppeln nur an Spin an.

<u>Idee:</u> Magnetisierung als Funktion von T, B
über Z_K (kanonisch), dazu brauchen wir H

H für ein Spin:

$\vec{S} \nearrow \quad \swarrow \vec{B}$

$$H = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

magnetisch Moment ($\sim \vec{S}$) — Magnetfeld

(<u>analog</u> $\vec{d} \nearrow \quad \swarrow \vec{E}$

$$H_{el\text{-}dipol} = - \vec{d} \cdot \vec{E} \quad)$$

aus Quantenmechanik: (Pauligleichung)

$$\vec{\mu} = g \, \mu_B \, \vec{S} \qquad \vec{S} = \text{Spinvektoroperator}$$

g: gyromagnetischer Faktor = 2

μ_B: Bohrsches Magneton

$$H = - g \mu_B \, B \, s_z$$

s_z: z-Komponente d. Spins

Magnetisierungsdichte brauchen:

$$\vec{M} \simeq \frac{1}{V} \langle \vec{\mu} \rangle \qquad \text{analog} \quad \vec{P} \simeq \frac{1}{V} \langle \vec{d} \rangle$$

V: Volume

$\langle \vec{\mu} \rangle$: gesamtes Moment von allen Spin + quant + statist. Mittel

$$\sim \operatorname{sp}(\rho\, \mu_z)$$

Summe über alle Spins mit Index ν, Gesamtzahl N im Volumen V

$$= \operatorname{sp}\left(\rho\, g \mu_B \sum_{\nu=1}^{N} s_z^{\nu}\right)$$

statistischer Operator

bestimmt die Magnetisierung als Meßgröße

$$M \sim \frac{1}{Z_K} \operatorname{sp}\left(e^{-\beta H} g \mu_B \sum_{\nu=1}^{N} s_z^{\nu}\right)$$

$$= \frac{1}{Z_K B} \operatorname{sp}\left(e^{-\beta H} g \mu_B \sum_{\nu=1}^{N} s_z^{\nu} B\right)$$

$$= -\frac{1}{Z_K B} \operatorname{sp}\left(e^{-\beta H} H\right)$$

$$= \frac{1}{Z_K B} \partial_\beta \operatorname{sp}\left(e^{-\beta H}\right)$$

$$M = \frac{1}{V} \frac{1}{Z_K B} \partial_\beta Z_K$$

Magnetisierungsdichte kann sehr einfach über die Zustandssumme berechnet werden. M ist Quelle in den Maxwellgleichungen und wird hier mikroskopisch berechnet.

Z_K gesucht $\qquad Z_K = sp\left(e^{-\beta H}\right)$

$$sp \,\hat{=}\, \sum_n \langle n| \cdots |n\rangle$$

vollständiges System

vollständige System wähle über

$$S_z^\nu |m_s^\nu\rangle = m_s^\nu |m_s^\nu\rangle$$

$m_s = \pm \frac{1}{2}$ $\quad$ verwendet

$$Z_K = \sum_n e^{-\beta \varepsilon_n}$$

$$\varepsilon_n = \sum_{\nu=1}^{N} \varepsilon_\nu = -2\mu_B \sum_{\nu=1}^{N} m_s^\nu B$$

die mögl. E-Zustände sind durch die Ausrichtg. der Spins bzgl. d. Felds gegeben:

1 Spin $\quad \varepsilon_1 \,\hat{=}\, \uparrow \quad , \quad \varepsilon_2 \,\hat{=}\, \downarrow$

N

$$Z_K = \sum_{\substack{\text{alle Mgl.} \\ \{m_s^\nu\} \text{ anzuwenden}}} e^{+\beta 2\mu_B B \sum_{\nu=1} m_s^\nu}$$

$$= \sum_{\text{alle Mgl.}} \left(e^{\beta 2\mu_B B m_s^1} e^{\beta 2\mu_B m_s^2} \cdots e^{\beta 2\mu_B m_s^N} \right)$$

$$= \sum_{m_s^1 = \pm\frac{1}{2}} \sum_{m_s^2 = \pm\frac{1}{2}} \cdots \sum_{m_s^N = \pm\frac{1}{2}} \left(\quad \right)$$

N-Faktoren !

identisch

$$= \left(\sum_{m_s^1 = \pm\frac{1}{2}} e^{\beta 2\mu_B B m_s^1} \right)^N$$

$$Z_K = \left[2 \cosh (\beta \mu_B B) \right]^N \qquad \cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

aus Z_K kann man M berechnet werden:

$$M \sim \frac{1}{\beta Z_K} \partial_\beta Z_K$$

$$= \frac{1}{\cancel{\beta} Z_K} N \left(2\cosh(\beta\mu_B B)\right)^{N-1} \cdot 2\mu_B \cancel{B} \sinh(\beta\mu_B B)$$

$$M = \frac{\mu_B N}{V} \tanh(\beta \mu_B B)$$

$$= \mu_B \, n_0 \, \tanh(\beta \mu_B B)$$

Magnetische WW Stärke

Dichte der Spins

interessante Physik: $\underbrace{\text{Wechselspiel v. } T \text{ und } B}$

ist zu diskutieren

2 Fälle: nicht wechselwirkend Spins $\nearrow\nearrow\swarrow$ (4.3.1

wechselwirkende Spins $\nearrow\swarrow\nearrow$ 4.3.2.)

interne Kopplg.
durch wechsel-
seitige Magnetfelder aufgrund Spins

4.3.1. Spins im extern angelegten Magnetfeld

interessanter Übergangsbereich zwischen
Magnetfeld dominiert und Temperatur dominiert?

typische Energie sind gleich groß:

$$kT = \mu_B B \longrightarrow$$

kritische Temperatur

$$T_K = \frac{\mu_B B}{k}$$

thermische Energie auf Spin

externes Feld auf Spin

oberhalb dominiert der Unordnungseffekt durch Temperatur

unterhalb dominiert Magnetfeld (äußeres)

$$M = \mu_B n_0 \tanh\left(\beta \mu_B B\right)$$

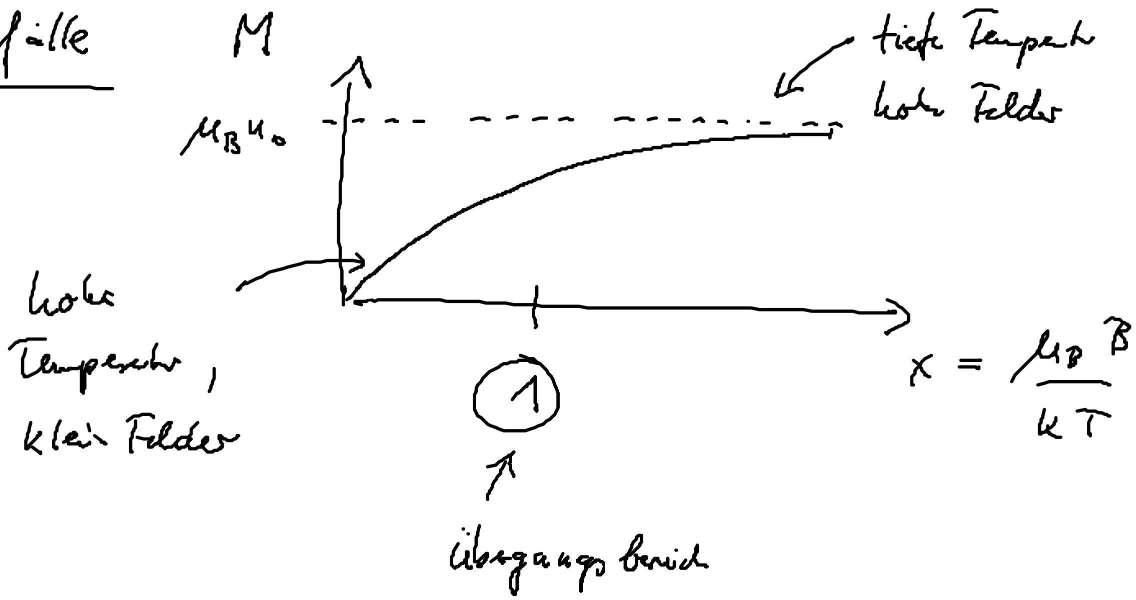
$$= \frac{\mu_B B}{kT} = 1$$

für kritische Temperatur

$\longrightarrow \tanh(x)$ für kleine x sind Hochtemperatureffekte dominant

für große x sind Niedrigtemperatureffekte –"–

2 Grenzfälle



Hochtemperaturfall:

$$\tanh x \approx x \,, \qquad M = \frac{\mu_B^2 n_0}{kT} B$$

dies entspricht paramagnetischem Verhalten:

$$M = \chi_m B$$

magnetische Suszeptibilität $\chi_m > 0$

→ dagegen nennt man diamagnetisches Verhalten $\chi_m < 0$, tritt auf bei Bahnmagnetismus (Lenz-Regel)

Tieftemperaturfall:

extremster Grenzfall $\tanh x = 1$

Feld B ist so stark, daß alle Spins ausgerichtet werden

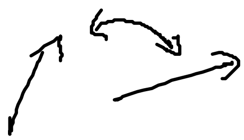
→ maximale Magnetisierung $n_0 \mu_B$

4.3.2. Interne Felder: Spin-Spin WW und Ferromagnetismus

Unter Ferromagnetismus versteht man, daß bei Unterschreiten eine kritische Temperatur T_c <u>spontan</u> eine Magnetisierung auftritt, spontan $\hat{=}$ es gibt kein extern angelegtes Feld ($B=0$)

<u>Idee</u>: Spin - Spin - Wechselwirkung

$\longrightarrow$ werden wir in Hartree-Fock, mean field (mittleres Feld) Näherung beschreiben



Spins spüren die jeweiligen Felder der anderen Spins

Maxwell: jeder Spin (/ jedes M) ist auch <u>Quelle</u> eines Magnetfelds

$$B_{eff} = B + \alpha M$$

Gesamtmagnetfeld im Volumen

externes Feld

Proportionalitätskonstante (QM: Austauscheffekte)

$$M = \mu_B n_0 \,\mathrm{th}\left(\beta \mu_B B_{eff}\right)$$

jetzt wirkt dieses effektive Feld auf die Spins in M

$\longrightarrow$ alles bleibt beim alten, $B \to B_{eff}$

$$\beta \mu_B B_{eff} = \operatorname{arcth}\left(\frac{M}{\mu_B n_0}\right) \simeq \frac{M}{\mu_B n_0} + \frac{1}{3}\left(\frac{M}{\mu_B n_0}\right)^3$$

$B + \alpha M$

kleine Magnetisierg. (spontanes Entstehen!)

Taylorreihe

umstellen nach B

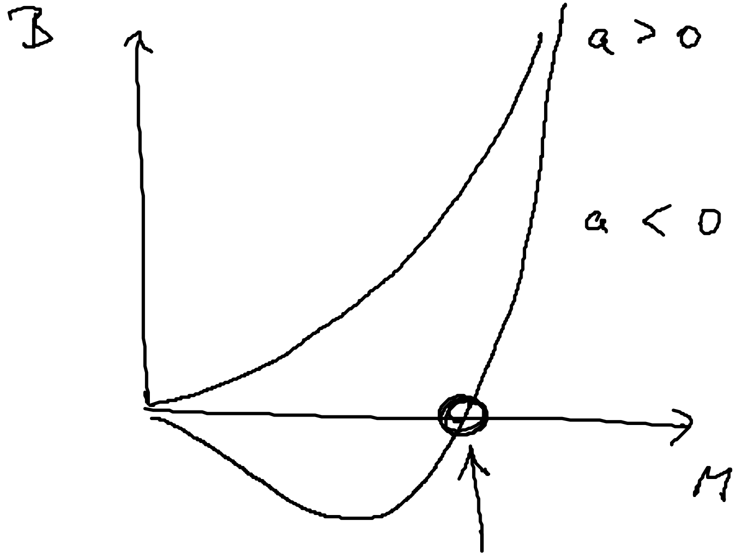
$$B = M \alpha \left(\frac{T}{T_c} - 1\right) + \frac{kT}{3\mu_B}\left(\frac{M}{\mu_B n_0}\right)^3$$

mit $T_c = \frac{\mu_B^2 n_0 \alpha}{k}$

T_c wird kritische Temperatur genannt

$$B = a M + b M^3$$

a kann in Abhängigkeit eines Kontrollparameters, hier T positiv od. negativ sein



wenn $T < T_c$ wird, kann ein $M \neq 0$ für $B = 0$ entstehe

$M \neq 0$ f. $B = 0$

Für verschwindendes externes Feld B kann eine Magnetisierung entstehen, wenn $T < T_c$, also $a < 0$ ist, ansonst gibt es nur die Lösung $M = 0$:

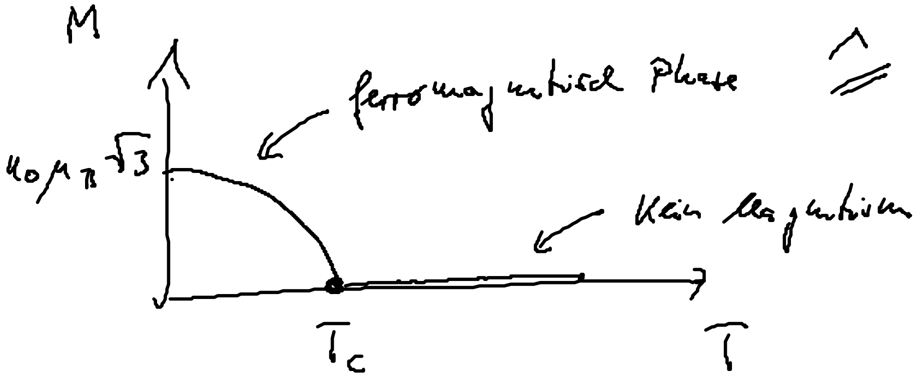
$$aM + bM^3 = B = 0$$

M wird auch Ordnungsparameter genannt, weil es die Ordnung (Ausrichtung Spins) im System mißt und zwar als Funktion des Kontrollparameters (hier T).

$M = M(T)$?

umstellen * nach M f. $M \neq 0$ $(T < T_c)$

$$M = n_0 \mu_B \left(3 \frac{T_c - T}{T_c} \right)^{1/2}$$



$\hat{=}$ Phasenübergang

Wurzelgesetz von Ordnungsparameter als Fkt des Kontrollparameters ist sehr universell.

Qualitativ kann Ferromagnetismus erklärt werden.