

6.2. Ladungsträgerkonzentrationen im Gleichgewicht

Mittlere Elektronendichte im Leitungsband im thermodyn. Gleichgewicht:

$$n = \int_{E_L}^{\infty} f(E, T, E_F) D(E) dE$$

f Fermi-Verteilung

d -dim. parabol. Band von Typ M_0 :

($E_L = 0$)

$$n = \frac{2 \sqrt{m_1 \dots m_d}}{(2\pi \hbar^2)^{d/2} \Gamma(\frac{d}{2})} v_c \int_0^{\infty} \frac{E^{d/2-1}}{1 - e^{-\frac{E-E_F}{kT}}} dE$$

$F_{\frac{d}{2}-1}$

$$= \underbrace{2 \frac{(2m_c \pi kT)^{d/2}}{(2\pi \hbar)^d}}_{N_c^d(T)} \underbrace{\frac{1}{\Gamma(\frac{d}{2})} \int_0^{\infty} \frac{x^{d/2-1}}{1 + e^{x-\eta}} dx}_{\Gamma_{\frac{d}{2}-1}(\eta)}$$

$\eta := \frac{E_F}{kT}$

reduziertes Fermi-niveau

$x := \frac{E}{kT}$

\uparrow
effektive
Zustandsdichte des
Leitungsbandes

$\Gamma_{\frac{d}{2}-1}(\eta)$

Fermi-Dirac-Integral
der Ordnung $s = \frac{d}{2} - 1$

$$d=3: n = N_c(T) F_{1/2} \left(\frac{E_F - E_c}{kT} \right)$$

analog für Löcher im Valenzband

$$p = N_v(T) F_{1/2} \left(\frac{E_v - E_F}{kT} \right)$$

$$m_c := \left(\nu_c^3 m_1 \dots m_d \right)^{1/d}$$

eff. Zustandsdichte-
masse

ν_c Zahl der
äquivalenten
Leitungsbandminima
(Ge: 8 ; Si: 6)

mit der eff. Zustandsdichte
des Valenzbandes $N_v(T)$

Grenzfälle

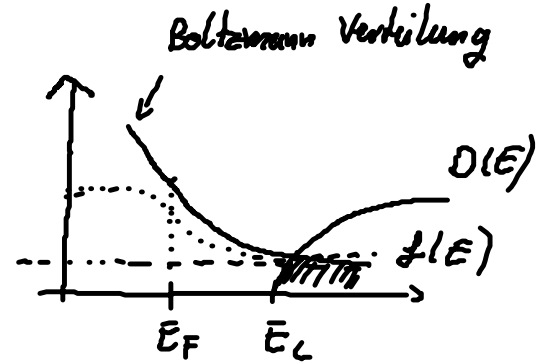
(i) Nichtentarteter Halbleiter

$$E_F - E_c < 0$$

$$\text{und } |E_F - E_c| \gg kT$$

$$f(E, T, E_F) \approx e^{-\frac{E - E_F}{kT}}$$

$$\Rightarrow F_s(\eta) = \frac{1}{\Gamma(s+1)} \int_0^\infty x^s e^{-(x-\eta)} dx = e^\eta$$



$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} n &= N_c^{(d)}(T) e^{\frac{E_F - E_c}{kT}} \\ p &= N_v^{(d)}(T) e^{\frac{E_v - E_F}{kT}} \end{aligned}}$$

$$n \ll N_c(T)$$

$$p \ll N_v(T)$$

„Entartungskonzentration“

$$\Rightarrow np = N_c^{(d)}(T) N_v^{(d)}(T) e^{-\frac{E_c - E_v}{kT}} =: n_i^2$$

hängt nicht vom Fermi Niveau ab, sondern nur von T und der Bandlücke

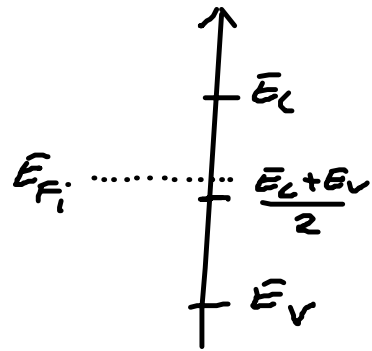
Im Eigenhalbleiter (keine Dotierung, $n=p$) ist

$n=p=n_i$ (intrinsische Gleichgewichtsdichte)

Es gilt
$$n_i = N_c(T) e^{\frac{E_{F_i} - E_c}{kT}} = N_v(T) e^{\frac{E_v - E_{F_i}}{kT}}$$

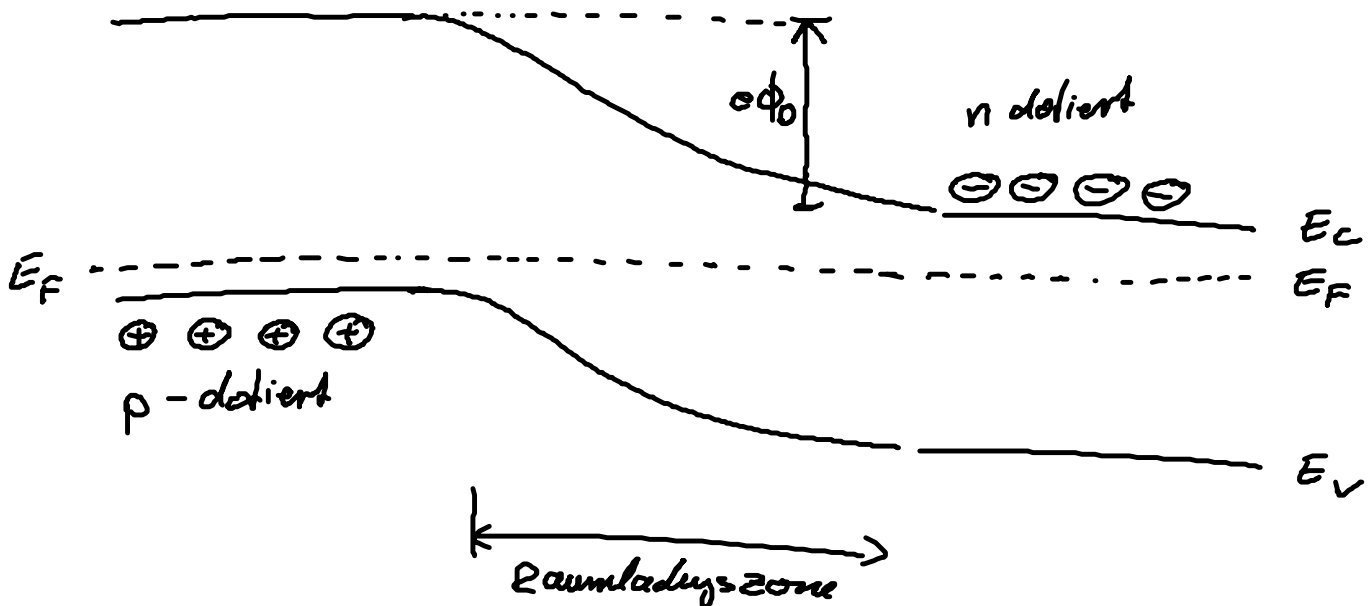
mit dem intrinsischen Fermi-niveau E_{F_i} :

$$E_{F_i} = \frac{E_v + E_c}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} \stackrel{d=3}{=} \frac{E_v + E_c}{2} + \frac{3}{4} kT \frac{m_v}{m_c}$$



→ liegt nicht in der Mitte der Bandlücke falls $m_c \neq m_v$

Beispiel: pn Übergang im thermodyn. Gleichgewicht

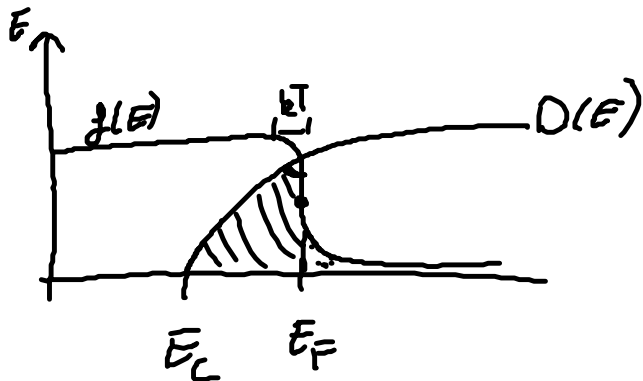


(ii) starke Entartung

$$E_F > E_C, \quad E_F - E_C \gg kT \quad \rightarrow \quad n \gg N_C$$

bzw.

$$E_F < E_V, \quad E_V - E_F \gg kT \quad \rightarrow \quad p \gg N_V$$



$$f(E, T, E_F) \sim \Theta(E_F - E)$$

$$\rightarrow \Gamma_s(\eta) = \frac{1}{\Gamma(s+1)} \int_0^\eta x^s dx = \frac{\eta^{s+1}}{\Gamma(s+2)}$$

$$\underline{d=3}: \quad \Gamma_{1/2}(\eta) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \eta^{3/2}$$

$$n = N_C(T) \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{E_F - E_C}{kT} \right)^{3/2}$$

6.3. Quasi - Fermi - Niveaus

- globales thermodynamisches Gleichgewicht:
 - einheitliche, ortsunabhängige Temperatur T
 (therm. Gleichgewicht der el. und Phononen – Kristall als Wärmebad)

- Lokales thermodyn. Gleichgewicht:

$$T(r) \rightarrow \text{Wärmestrom} \sim \nabla T(r)$$

$$E_F(r) \rightarrow \text{Diffusions- und driftströme der Ladungsträger} \\ \sim \nabla E_F(r) = \nabla \mu_0 - e \nabla \phi$$

chem. el.
Potenzial Pot.

- Thermisches Nichtgleichgewicht:

– keine einheitliche Temperatur der Elektronen, Löcher und des Kristallgitters: $T_e \neq T_h \neq T_L$

(kurze Zeiten $< 1 \text{ ps}$, hohe Anregung: optische Überschussenergie

• starke elektr. Felder

→ Energieaustausch zwischen Elektronen, Löchern und Gitter zu langsam

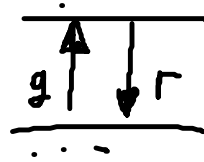
→ heiße Ladungsträger $T_e, T_h > T_L$

(aber noch Energieaustausch jeder Ladungsträgersorte untereinander)

thermisches Nichtgleichgewicht:

— kein einheitliches Fermienergielevel (elektrochem. Potenzial)
für alle Elektronen:

mittlere Teilchenzahl in den einzelnen Energiereaus
ist durch Generations - Rekombinations (g-r) Prozesse der
Ladungsträger bestimmt



Übergänge
optisch, thermisch
oder durch el. Felder
induziert

Quasi-Fermi-Niveaus:

- Zeitskalentrennung zwischen • schneller Relaxation innerhalb
des Leitungsbandes / Valenzbandes
- und langsamen e-h Rekombinationen
zwischen den Bändern

—> Quasi-Gleichgewichtsverteilung innerhalb der Bänder
aber kein Gleichgewicht zw. Valenz & Leitungsband

=> Beschreibung durch separate Quasi-Fermi-Niveaus

$$E_{F_n} \neq E_{F_p}$$

1

$$\text{Elektronen: } f(E, T, E_{F_n}) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_{F_n}}{kT}\right)}$$

1

$$\text{Löcher: } 1 - f(E, T, E_{F_p}) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_{F_p} - E}{kT}\right)}$$

NB: $T = T_L$, falls zusätzlich die Energierekombinationszeit τ_c (durch Elektron-Phonon Stöße) $\ll \tau_{g-r}$ ist (mittlere Rekombinationszeit)

Ladungsträgerdichten

$$n = N_c(T) e^{\frac{E_{F_n} - E_c}{kT}} \quad \left(\rightarrow f = \frac{n}{N_c} e^{\left(-\frac{E - E_c}{kT}\right)} \right)$$

$$p = N_v(T) e^{\frac{E_v - E_{F_p}}{kT}}$$

$$\Rightarrow np = \underbrace{N_c N_v e^{-\frac{E_c - E_v}{kT}}}_{n_i^2} e^{\frac{E_{F_n} - E_{F_p}}{kT}}$$

Maß für die Abweichung vom thermodyn. Gleichgewicht
(vgl. Laserschwelle)

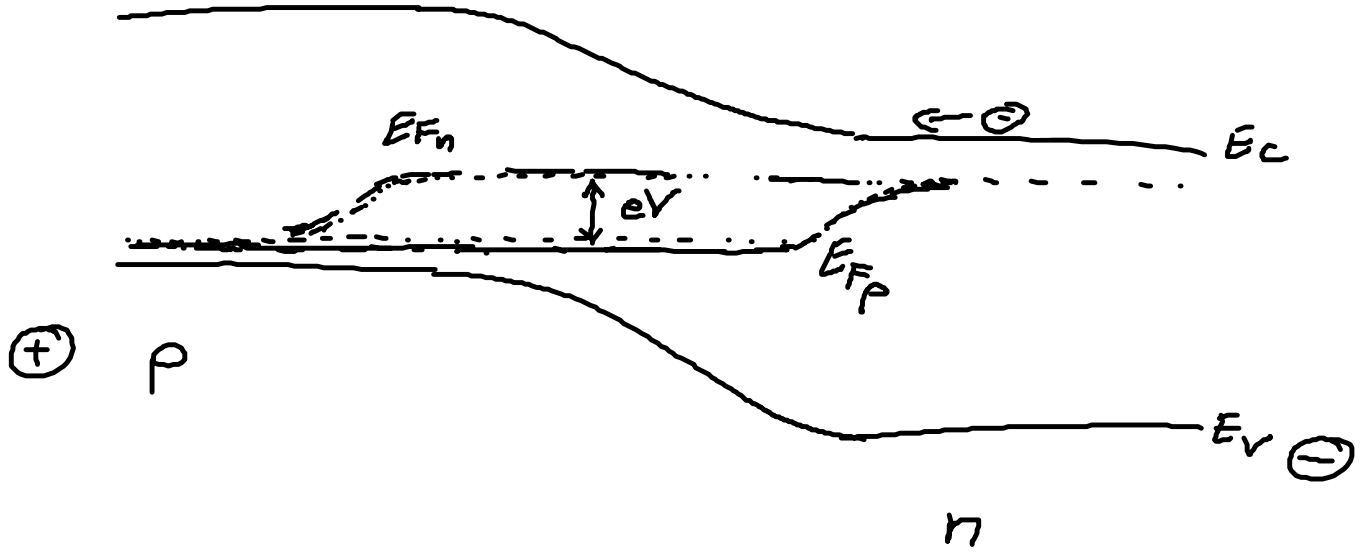
$$\boxed{E_{F_n} - E_{F_p} > E_G}$$

Bernard - Durrauforg

$\hat{=}$ fern vom thermodynamischen Gleichgewicht

Beispiel

(1) p-n Diode in Vorwärtsrichtung



• Angelegte Spannung: V

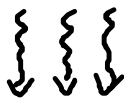
Überschusselctronen werden n-dotierten Gebiet ins p-dotierte Gebiet injiziert,

Überschusslöcher vom p-Gebiet ins n-Gebiet

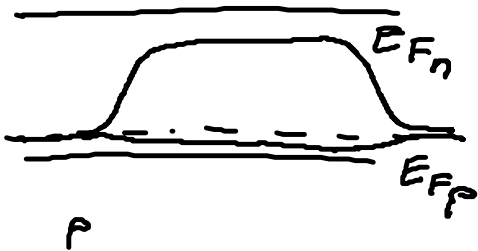
=> erhöhte Minoritäts-Ladungsträgerdichte im Abstand je einer Diffusionslänge vom p-n Übergang

=> Aufspaltung in 2 Quasi Fermi Niveaus

(2) Photoleiter



p-dotiert



• durch Licht werden zusätzliche e-h Paare der Konzentration $\Delta n = \Delta p$ erzeugt

-> starke relative Erhöhung der
Minoritätsladungsträgerdichte (n)

-> starke Verschiebung der
Quasi-Fermi-Niveaus