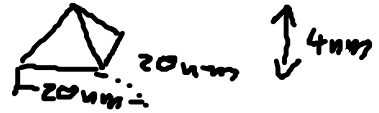


6.6. Detaillierte Bilanz fern vom Gleichgewicht

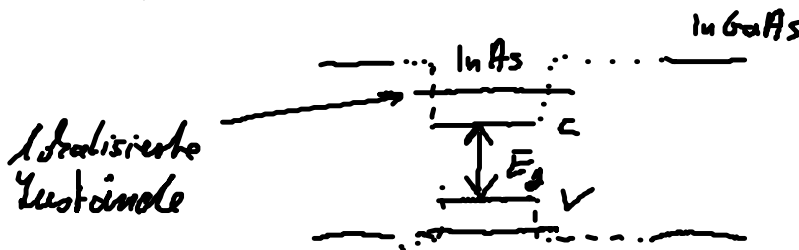
Bsp. Quantenpunkt-Laser, Elektron-Elektron-Struktoren

6.6.1. Quantenpunkt

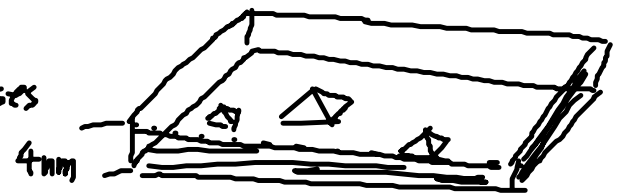
- 0 dim. Struktur bei der Elektronen in allen 3 Raumrichtungen "eingesperrt" sind
Größe $20\text{nm} \times 20\text{nm} \times 4\text{nm}$



- Potenzialbarriere wird erreicht durch Halbleiter Heterostruktur aus Materialien versch. Bandlücken



- Ausbildung eines Quantentopfes innerhalb eines 2 dim Elektronengases der umgebenden Schicht



- Idee Quantenpunkte als aktives Material eines HL Laser

Vorteile: • lokalisierte Zustände \rightarrow stabile Wellenlänge

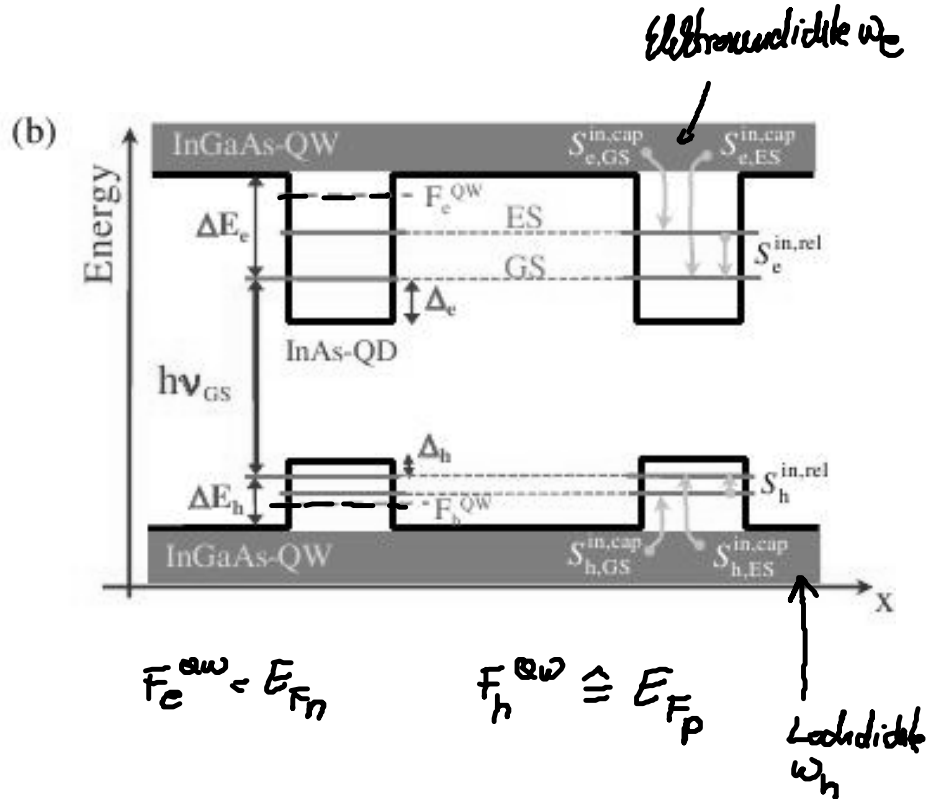
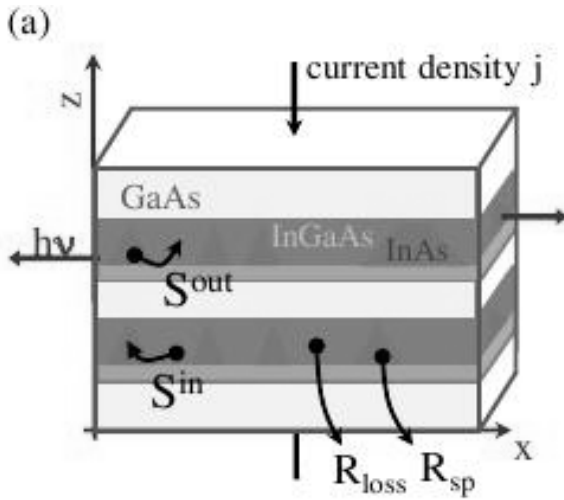
• Wellenlänge nicht durch Bandlücke des Materials sondern Größe des Quantenpunktes gegeben

• Experimentelle Ergebnisse
z.B. Ab Bimberg

- QD Laser sind „relativ langsam“ bei Schaltvorgängen

- zeigen breites Gewinnpektrum durch statistisch verteilten Größen der Quantenpunkte

6.6.2. Quasi Fermi Niveaus im Ladungsträgerreservoir des QD Lasers



QD-Laser

Quasi-Fermi-Verteilung im Ladungsträger Reservoir (QW)

$$f_k = \frac{1}{e^{\frac{E_k - E_{F_n}}{kT}} + 1}$$

Besetzungswahrsch.
für Elektronen

Elektronendichte im 2dim. QW

$$w_e = \int_{E_c^{QW}}^{\infty} D(E_k) f(E_k) dE_k = g_c \int_{E_c^{QW}}^{\infty} dE_k f_k$$

$$= g_c kT \ln \left[1 + e^{\frac{E_{F_n} - E_c^{QW}}{kT}} \right] \quad (1)$$

2D-Zustandsdichte

$$g_{2D} = \frac{m_e k}{\pi \hbar^2}$$

Ladedichte im QW-Valenzband

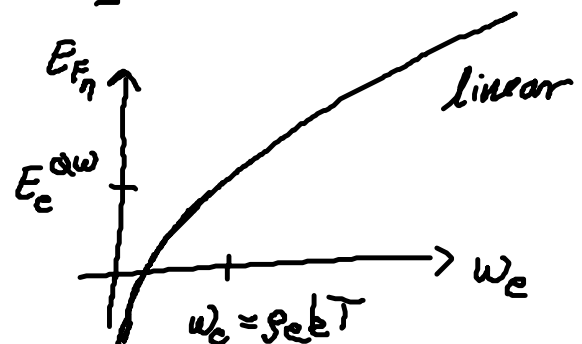
$$w_h = g_h \int_{-\infty}^{E_h^{QW}} dE_k (1 - f_k)$$

$$= g_h kT \ln \left[1 + e^{\frac{E_h^{QW} - E_{F_p}}{kT}} \right] \quad (2)$$

→ Quasi Fermi Niveaus E_{F_n} , E_{F_p} können durch die Dichten w_e , w_h ausgedrückt werden

$$E_{F_n}(w_e) = E_c^{QW} + kT \ln \left[e^{\frac{w_e}{g_c kT}} - 1 \right]$$

$$E_{F_p}(w_h) = E_h^{QW} - kT \ln \left[e^{\frac{w_h}{g_h kT}} - 1 \right]$$



← | →
 nicht-entarteter Fall (i) $w_c >$ Entartungskonzentration

(i) nichtentarteter Fall $E_{F_n} < E_c^{QW}$ $|E_{F_n} - E_c^{QW}| \gg kT$

$\ln[1 + \varepsilon] \approx \varepsilon$

(1') $w_c \approx g_c kT e^{\frac{E_{F_n} - E_c^{QW}}{kT}} \ll g_c kT$ (wie 3D: $n \approx N_c e^{\frac{E_{F_n} - E_c}{kT}}$)

(2') $w_h \approx g_h kT e^{\frac{E_h^{QW} - E_{F_p}}{kT}} \ll g_h kT$

$\Rightarrow E_{F_n} \approx E_c^{QW} + kT \ln \frac{w_c}{g_c kT}$

$E_{F_p} \approx E_h^{QW} - kT \ln \frac{w_h}{g_h kT}$

(ii) entarteter Fall ($E_{F_n} > E_c^{QW}$ $\frac{w_c}{g_c kT} \gg 1$)

$\ln(1 + e^\eta) \approx \eta$

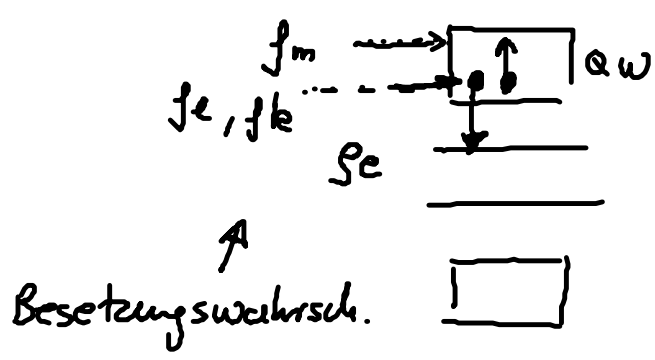
(1'') $w_c \approx g_c kT \frac{E_{F_n} - E_c^{QW}}{kT} = g_c (E_{F_n} - E_c^{QW})$

(2'') $w_h \approx g_h (E_h^{QW} - E_{F_p})$

(vgl. 3D:
 $n \approx N_c(T) \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{E_{F_n} - E_c}{kT}\right)^{3/2}$
 anderes Potenzgesetz)

6.6.3. Streuprozesse in lokalisierte QD Zustände

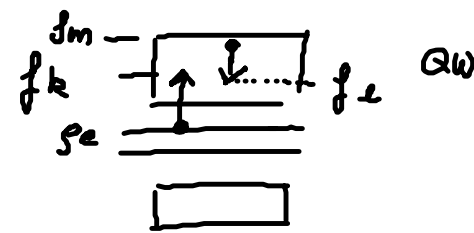
- im QW gibts Coulomb WW zwischen Ladungsträgern
- Streuprozesse ohne Teilchenzahlerhaltung
z.B. Auger Streuung



mikroskop. Augerraten

$$S_e^{in} = \sum_{klm} W_{klm}^{in} f_k f_e (1 - f_m) \quad S_e^{in} \downarrow$$

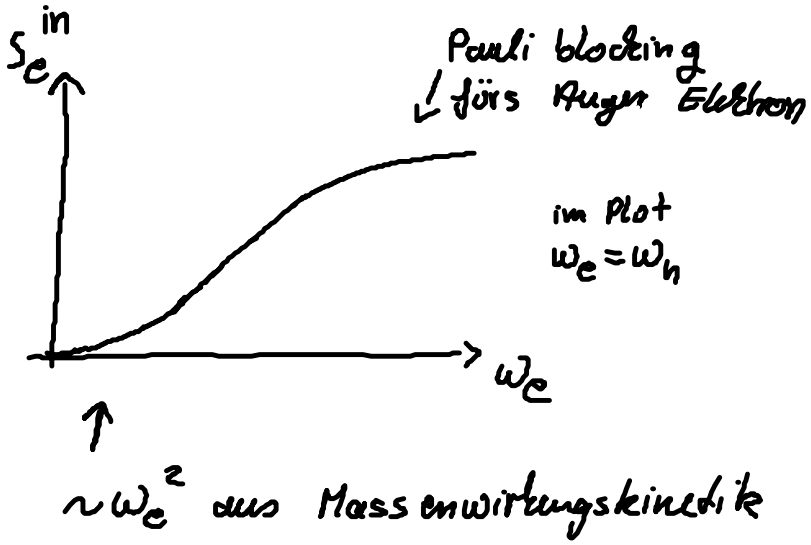
$$S_e^{out} = \sum_{klm} W_{klm}^{out} (1 - f_k) (1 - f_e) f_m$$



$$W_{klm}^{in/out} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{klm}|^2 \delta(E_k + E_e - E_m - E_e^{QD})$$

↑
abgeschirmtes
Coulomb-Matrixelement

Energieerhaltung



$$S_e^{\text{in}}(w_e, w_n)$$

↑
geben Quasi Fermi
Niveaus vor
→ Besetzung

6.6.4 Detailliertes Gleichgewicht

Prozess $k \rightarrow QD$, $l \rightarrow m$

$$W_{klm}^{\text{in}} f_k f_l (1 - f_m) = W_{klm}^{\text{in}} (1 - f_k) (1 - f_l) f_m \frac{f_k}{(1 - f_k)} \frac{f_l}{1 - f_l} \frac{1 - f_m}{f_m}$$

$$\stackrel{\text{NR}}{\downarrow} = W_{klm}^{\text{out}} (1 - f_k) (1 - f_l) f_m e^{\frac{E_{F_n} - E_k - E_l + E_m}{kT}}$$

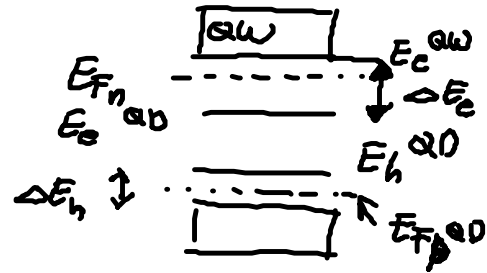
(mikros. Reversibilität)

$$\left[\begin{aligned} \text{NR: } \frac{f_k}{1 - f_k} &= \frac{1}{e^{\frac{E_k - F}{kT}} + 1} \frac{1}{1 - \frac{1}{e^{\frac{E_k - F}{kT}} + 1}} = e^{\frac{F - E_k}{kT}} \\ \frac{f_l}{1 - f_l} &= e^{\frac{F - E_l}{kT}} \\ \frac{1 - f_m}{f_m} &= e^{\frac{E_m - F}{kT}} \end{aligned} \right]$$

Energieerhaltung: $E_{F_n} - E_k - E_e + E_m = E_{F_n} - E_e^{QD}$

nach Summation über alle Prozesse

$$\rightarrow S_e^{in} = S_e^{out} e^{\frac{E_{F_n} - E_e^{QD}}{kT}}$$



$$S_e^{in}(w_e, w_u) = S_e^{out}(w_e, w_u) e^{\frac{\Delta E_e}{kT}} \left[e^{\frac{w_e}{S_e kT}} - 1 \right]$$

$\approx \frac{w_e}{S_e kT}$ im nicht entarteten Fall

$$\Delta E_e = E_e^{QW} - E_e^{QD}$$

(analog für Löcher)

Stoßterm in der Boltzmann-Gleichung:

Änderung der Besetzung in QD Zuständen

$$\dot{S}_e = \left. \frac{\partial S_e}{\partial t} \right|_{col} = S_e^{in} (1 - S_e) - S_e^{out} S_e$$

6.7. Rategleichungen für QD Laser



w_e

↙ Dichte der Quantenpunkte im Laser

$n_e = S_e N^{QD}$
 n_h
 ω_h

$R_{ind} \sim \text{Photonenzahl} \cdot \text{Inversion}$
 $R_{sp} \sim W S_e S_h = \frac{W}{V^{QD}} n_e n_h$

\uparrow
 (4.4.3)

$$\dot{n}_e = S_e^{in} (N^{QD} - n_e) - S_e^{out} (n_e) - \overbrace{W A (n_e + n_h - N^{QD}) n_{ph}}^{R_{ind}} - \overbrace{\frac{W}{V^{QD}} n_e n_h}_{R_{sp}}$$

$$\dot{\omega}_e = -S_e^{in} (N^{QD} - n_e) + S_e^{out} n_e - \beta^s \omega_e \omega_h + \frac{j}{C_0}$$

\uparrow
 Stromdichte

$$\dot{n}_{ph} = -2\kappa n_{ph} + \beta W n_e n_h + \Gamma W A (n_e + n_h - N^{QD}) n_{ph}$$

\uparrow
 $(2\kappa^{-1}) = \text{Photonenlebensdauer}$

+ 2x Gleichungen für n_h, ω_h

→ dynamische Simulation des QD Lasers möglich