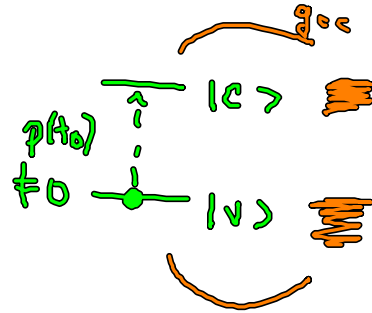


3.3.7 Lösung des Modells f. Elektron-Phonon WW

Modell des unabhängigen Bosons
(independent Boson Modell)



Ziel: Dynamik der Dipoldichte
 $\rho(t)$

Elektron f_{ev} Bosonen (Bos.)
↓
für ungekoppelt Bosonen
(„unabhängige B.“)

Lösung ist:

Dipoldichtedynamik $\rightarrow \rho(t) = \rho(t_0) \cdot \exp\left(\sum_{u=0}^{\infty} \frac{i^u}{u!} \int_{t_0}^t dt_1 \dots \int_{t_0}^t dt_u \tau \phi(t_1) \dots \phi(t_u) \rho_{pe}\right)$

↑
Anfangsdipoldichte

↑
Einfluß der Phononen auf Dipoldichte

$\rho(t)$ gibt den Zeitverlauf der Dipoldichte (Oszillation des elektronischen Oszillators)

$$\phi(t) = \sum_{\alpha} g_{\alpha} (b_{\alpha}^{\dagger} + b_{\alpha})$$

↑
Kopplg. für
verschiedene Oszillatoren α

←
Ausdr. des Oszillators

die \sum jetzt auslesen, Zeittrieb gerade „mitdenken“

$u=0$ ergibt 1 freie Oszillation ($\rho(t) \rightarrow \rho(t) e^{i\omega_c t}$)

was grad zählige u -s haben bei! $u \rightarrow 2u$

$$\rightarrow \sum_{u=1}^{\infty} \frac{i^{2u}}{(2u)!} \underbrace{\int_0^t dt_1 \dots \int_0^t dt_{2u}}_{\text{nicht mitgeschriebene (variablen)}} T \phi(t_1) \dots \phi(t_{2u})$$

Photonpropagator

$u=1$

$$\frac{-1}{2!} \underbrace{\langle T \phi(t_1) \phi(t_2) \rangle}_{\text{Photonpropagator } D(t_1, t_2) \text{ bekannt}} = \left(-\frac{1}{2} \begin{matrix} \circ & \circ \\ t_1 & t_2 \end{matrix} \right)$$

Grundbausteine

$u=2$

$$\frac{(-1)^2}{4!} \langle T \phi(t_1) \phi(t_2) \phi(t_3) \phi(t_4) \rangle$$

$$= \frac{(-1)^2}{4!} \langle T \circ \circ \circ \circ \rangle$$

jedes mögl. Paar aufschreiben und Wick

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^{t_2} \phi_1 \phi_2 d_1 d_2 = \frac{(-1)^2}{4!} \left(\begin{array}{cccc} \circ & \circ & \circ & \circ \\ + & \circ & \circ & \circ \\ + & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ \end{array} \right) = \frac{(-1)^2}{4!} \left(\begin{array}{c} \circ \circ^2 \\ + \circ \circ^2 \\ + \circ \circ^2 \end{array} \right)$$

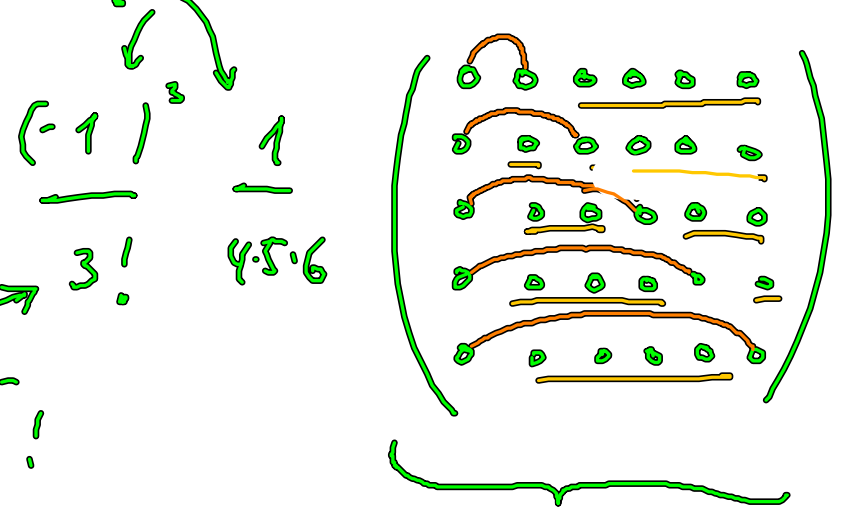
die sind alle ϕ die über die Zeit t_i wird integriert

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^{t_2} \phi_3 \phi_4 d_3 d_4 = \frac{(-1)^2}{4!} \cdot 3 (\circ \circ)^2 = (-1)^2 \frac{1}{8} (\circ \circ)^2 = \frac{1}{2!} \left(-\frac{1}{2} \circ \circ \right)^2$$

offensichtlich ist das die Grundbausteine der Reihe

$n=3$

$$\frac{(-1)^3}{6!} \langle T \phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4 \phi_5 \phi_6 \rangle =$$



1. Schritt: 6-1 Mgl. eine und die andere zu kombinieren

2. Schritt: 5-1 Mgl. 4 weitere kombinieren

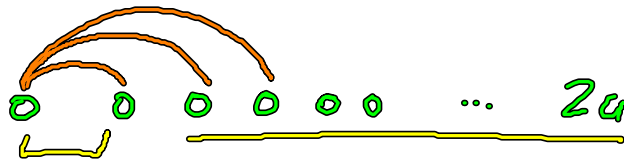
ϕ_i Expo-Rihe!

$$= \frac{(-1)^3}{3!} \frac{1}{4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}} \cdot \frac{3!}{2} (00)^3$$

$$= \frac{1}{3!} \left(-\frac{1}{2} 00\right)^3$$

n beliebig

$$(-1)^n \frac{1}{(2n)!} \langle T \phi_1 \dots \phi_{2n} \rangle$$



$t_1 \quad t_2 \quad \dots \quad t_{2n}$

wieviele Mögl. Paare zu bilden?

immer 2 abziehen

$$(2n-1) (2n-2-1) \dots 1$$

Möglichkeit

eine Paare und

einen auch zu verbleibt

dann hat man noch $2n-2$ zu Verfügung

$$\underbrace{(2n-1)(2n-3)(2n-5) \dots 3 \cdot 1}$$

$$= \frac{(2n)!}{n! 2^n} \quad (\text{Kreuzbuch})$$

$$= \frac{1}{n!} \left(-\frac{\circ\circ}{2} \right)^n$$

→ alle Terme zusammen

$$P(t) = P(t_0) \sum_n \frac{1}{n!} \left(-\frac{\circ\circ}{2} \right)^n$$

$$= P(t_0) \exp \left(-\frac{1}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^t dt_2 \underbrace{\langle T \phi(t_1) \phi(t_2) \rangle}_{\text{Plexon propagator}} \right)$$

Grundbaustein GB

Damit ist als Funktion des Plexonpropagators eine exakte Lösung gefunden.

$$GB = \left| \begin{array}{l} \text{Kann den Betrag der} \\ \text{Integral gelöst werden, logarithmisch} \end{array} \right| =$$

$$P(t) = P(t_0) e^{i\omega_{vc} t} \cdot \exp\left(i \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}} t - \varphi(t)\right)$$

freie Oszillation
wirds hinzugefügt
(Awbatz)

Frequenzverschiebung.

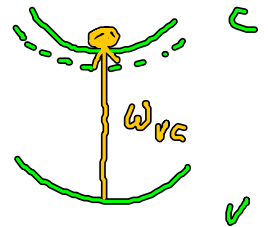
$$\varphi(t) = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} \left\{ (1+u_{\alpha})(1-e^{-i\omega_{\alpha} t}) + u_{\alpha}(1-e^{i\omega_{\alpha} t}) \right\}$$

Modifizierung der Dipoloszillation durch den Phononbad

Bemerkung:

- Die Frequenzsliff $\omega_{vc} \rightarrow \omega_{vc} + \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}}$

$$\omega_v - \omega_c < 0$$



Reorganisation energie der Kerne,
passt sich den neuen \mathcal{R} -Zuständen an

- $\varphi(t)$ enthält Vielphononprozesse:

$$e^{-\varphi(t)} \sim e^{e^{i\omega_\alpha t}} \sim \sum_n \frac{1}{n!} (e^{i\omega_\alpha t})^n$$

$$= \sum_n \frac{1}{n!} e^{i n \omega_\alpha t}$$

n mal Phonon freigesetzt

n-Quant wird an bestimmte Prozesse beteiligt.

„n-Phonon“ Prozesse $\hat{=}$ Frequenz

- Phonon besetzungszahl $n_\alpha = \frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_\alpha} - 1} \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \beta \hbar \omega_\alpha} \approx \frac{kT}{\hbar \omega_\alpha}$

$\beta = \frac{1}{kT}$
Hochtemp.-
Limit

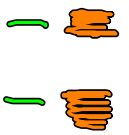
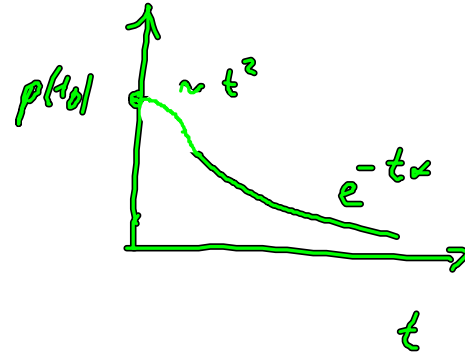
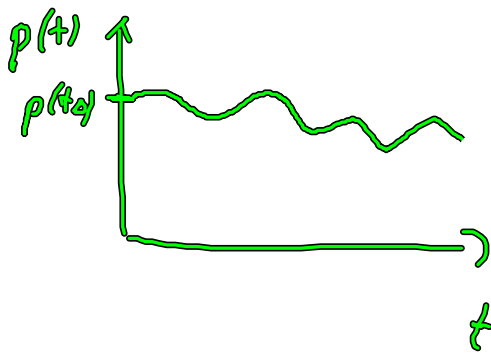
ω_α ist temperaturabhängig

- es hängt stark von Charakter des Phonon systems ab,
welchen Zeitverlauf die Dipolstärke nimmt:

1 Oszillator

— —
a b

viele Oszillatoren, dicht liegen



Schwach mit
vielen Frequenzen
u. ω_n

3.4. Diskussion der independent Base Modell

3.4.1. Ein Oszillationsmodell $\kappa = 0$

$$p(t) = p(t_0) e^{i\tilde{\omega}_n t} e^{-\varphi(t)}$$

$$\varphi(t) = \frac{\tilde{\omega}_0^2}{\omega_0} \left((1+u_0)(1+e^{-i\omega_0 t}) + u_0(1-e^{i\omega_0 t}) \right)$$

diese Lösung kann man ausdrücken: (o.B.)

$$p(t) = p(t_0) e^{i\tilde{\omega}_n t} e^{-\frac{\tilde{\omega}_0^2}{\omega_0^2} (2u_0+1)} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} I_{|l|} \left(\frac{2\tilde{\omega}_0^2}{\omega_0^2} u_0(u_0+1) \right) e^{il\omega_0 t}$$

- Das Bild charakterisiert typischerweise Absorptionslinien, bzw. AL - Quantenpunkt.
- durch Vgl. an Exp. kann man $g_{\alpha}, \omega_{\alpha}$ bestimmen.
- Asymmetrie zwischen Emission / Absorption

$$\begin{matrix} (u_{ph} + 1) & (u_{ph}) \\ \uparrow \\ \text{Emission ist immer umgl.} \\ \text{auch wenn } u_{ph} = 0 \\ T \rightarrow 0 \end{matrix}$$

3.4.2. Viel, dichtliegend Mode (Festkörper)

$$\sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} = \int d\omega \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} \delta(\omega - \omega_{\alpha}) = \int d\omega J(\omega)$$

$$J(\omega) = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} \delta(\omega - \omega_{\alpha})$$

günstiger zu integrieren bei viel Moden statt α zu zählen

Definition der

Spektraldichte



Modelle nach $f_i J(\omega)$

echt lösbares Modell ist Lorentz - Spaltdicke :

$$\omega J(\omega) = \theta(\omega) \frac{\alpha_0^2}{\omega^2 + \omega_D^2}$$

↑
typisch Oszillator frequ +
schwicht die Spaltdicke ab :

es ω_D koppelt die Oszillatoren nicht mehr gut an Elektronen

α_0 - Konstante $\hat{=}$ Stärke der Spaltdicke

$\theta(\omega)$ stellt $\omega > 0$ sicher

$$J(\omega) \rightarrow 0 \text{ für } \omega \rightarrow \infty$$

$$\text{sehr starke Kopplg. } \omega \rightarrow 0$$

Sowohl Zeitverlauf als auch Energieverlauf sind beide lösbar

$$P(t) \sim e^{-\text{Re}(\varphi(t))}$$

macht die zeitliche Dämpfung

$$\text{Re}(e^{\pm i\omega_\alpha t})$$

$$\text{Re}(\varphi(t)) = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} (\gamma + 2\omega_{\alpha}) (1 - \cos(\omega_{\alpha} t))$$

Hochfrequenz-Linus

$$= \int d\omega J(\omega) (1 - \cos(\omega t)) \frac{2kT}{\hbar \omega}$$

man kann das Integral auch reduzieren (Langzeit):

$$\text{Re}(\varphi(t)) = \gamma (e^{-\omega_D t} + \omega_D t - 1) \quad \text{gilt die Dämpfung der Dipoloszillation}$$

$$\gamma = \frac{\hbar k T \alpha_0^2}{\hbar \omega_D^3}$$

Bew.:

Interferenz der Oszillation ω_D / ω gilt ein zeitlicher Abfall

$$a) \text{ kurze Zeit } () \sim \underbrace{\left(1 - \omega_D t + \frac{1}{2}(\omega_D t)^2 + \omega_D t - 1 \right)}_{\text{an } e^{-\omega_D t}}$$

$$P(t) = P(t_0) e^{-\gamma(\omega_D t)^2}$$



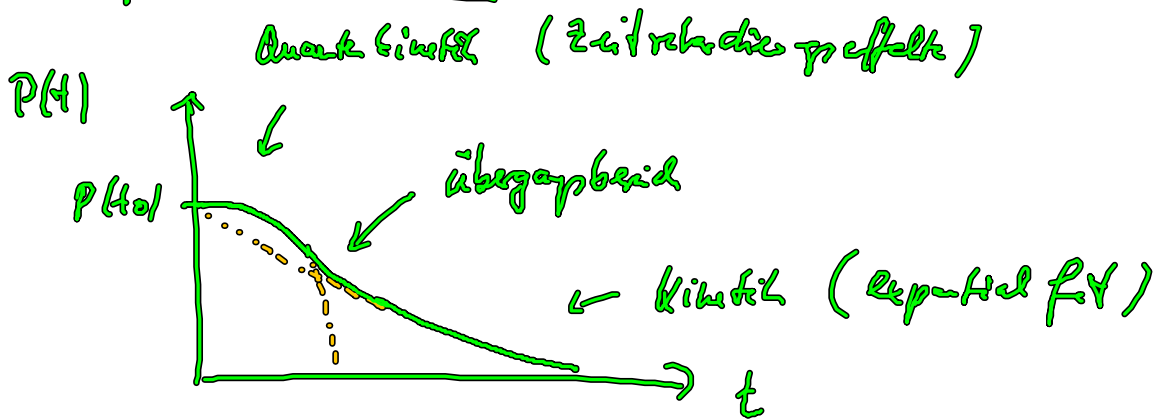
t

6) lange Zeit () $\approx (e^{-\cancel{\omega_0 t}} + \cancel{\omega_0 t} - 1)$

$$P(t) = P(t_0) e^{-\gamma \omega_0 t}$$

exponentielle Zerfall

gesamte Kurve:



In Spektrum findet man für kleine Zeit groß,
 für lange Zeit ein Lorentz.

Für hohe Temperaturen dominiert Lorentz.

Kurzzeitbereich $t \ll \omega_0^{-1}$: keine und keine volle Schwingung.
 ausgeführt \rightarrow volle Teilchen Packung

Langezeitbereich $t \gg \omega_0^{-1}$: keine volle Schwingung. Nicht
 sich, volle exponentielle dominiert