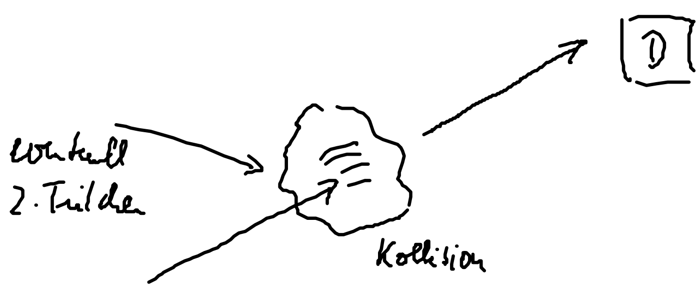
4.6.4.2. Das HBT-Experiment zur Bestimmung der Photonenstatistik

Siehe Übungsaufgabe

IV Fortgeschrittene Aspekte der QFT

1. Feynman-Graphen

1.1. Streuexperimente - Motivation



Detektor, detektiert Teilchen die in diese Richtung abgelenkt werden, also eine Projektion $\langle \phi_f | \phi \rangle$

Anfangszustand $|\phi_i\rangle$

↗ initial

(einlaufend)

Endzustand $|\phi\rangle$ = Superposition aller Wellen im freien Raum weit weg von Kollision

(auslaufend)

$|\phi_f\rangle$: Zustand der Detektor nachweist

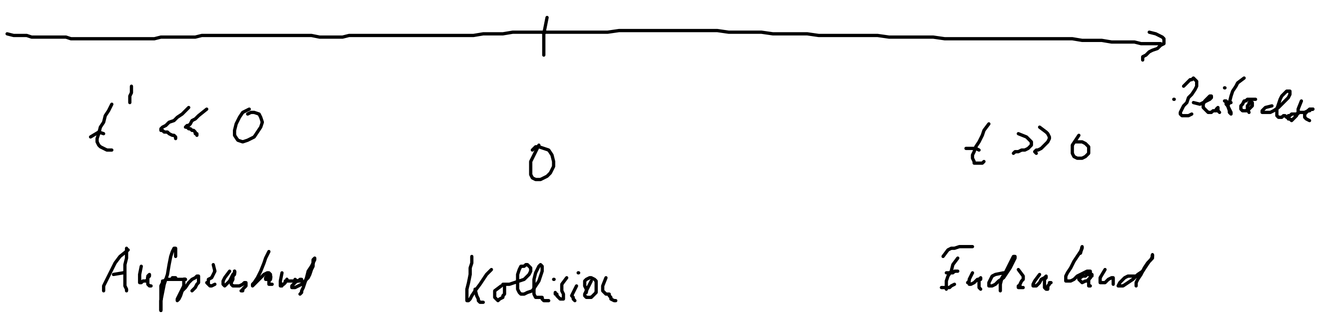
f („final") hat Quantenzahlen :

Impuls $(\vec{p}, \vec{k})$

Spin

Polarisation (Vektorteilchen)

Wahrscheinlichkeitsamplitude des Ausschlags: $\langle \phi_f | \phi \rangle$



Meßgröße ist der differentielle Streuquerschnitt:

ist proportional zu $\underline{\underline{|\langle \phi_f | \phi \rangle|^2}}$ (Zeigerausschlagswahrscheinlichkeit).

versuche Theorie zu machen die von den Zuständen ϕ_i und ϕ_f abhängt.

und die WW (Kollision) enthält

im allgemeinen ist dieses Streuproblem Lösg. einer Schrödingergleichg.

mit $H = H_0 + H_{WW}$

freie Ausbreitg. (dominant außerhalb Kollision)

WW der eingeschalteten Teilchen bei $t \approx 0$

voller Zeitentwicklungsoperator

Lösung der Schrödingergleichg. sei $|\Psi(t)\rangle = U(t)\,|\Psi\rangle$

$$\underline{t' \ll 0}: \quad |\Psi(t')\rangle = U(t')|\Psi\rangle \approx U_0(t')\,|\phi_i\rangle$$

Zeitentwicklungsoperator des freien Raums

(weit von Kollision)

$$\longrightarrow \quad |\Psi\rangle \approx U^{-1}(t')\,U_0(t')\,|\phi_i\rangle$$

Endzustand

$$\underline{t \gg 0}: \quad |\Psi(t)\rangle = U(t)\,|\Psi\rangle \approx U_0(t)\,|\phi\rangle$$

$$\longrightarrow \quad |\phi\rangle = U_0^{-1}(t)\,U(t)\,|\Psi\rangle$$

anwend in Streuwahrscheinlichkeitsamplitude:

$$\langle \phi_f | \phi \rangle = \langle \phi_f | U_0^{-1}(t)\,U(t)\,|\Psi\rangle$$

einsetzen v. oben

$$= \langle \phi_f | U_0^{-1}(t)\, \underline{U(t)\, U^{-1}(t')}\, U_0(t') | \phi_i \rangle$$

Auswertg. an Enden $t, t' \to \pm\infty$ beachten. $*$

$$= \langle \phi_f | U_0^{-1}(t)\, \underline{U(t-t')}\, U_0(t') | \phi_i \rangle$$

$\underline{U(t) \sim e^{-i\frac{H}{\hbar}t}}$ $\quad$ $\underline{U^{-1}(t') \sim e^{i\frac{H}{\hbar}t'}}$ $\quad (*)$

enthält nur H_{WW}

$$= \langle \phi_f | \underline{U}_{WW}(t-t') | \phi_i \rangle$$

Wechselwirkungsbild und $\underline{O}$

Die Amplitude kann man aus dem Anfangszustand $|\phi_i\rangle$, wird im Experiment vorgegeben, dem Endzustand $|\phi_f\rangle$, wird durch Detektor vorgegeben und $\underline{U}_{WW}(t)$ bestimmt.

$\underline{U}_{WW}(t)$ kommt aus Theorie.

1.2. Zeitentwicklungsoperator im Wechselwirkungsbild

Im WW Bild hat man (unterstrichene Größen sind im WW Bild)

die folgende Schrödingergleichung:

$$i\hbar\, \partial_t\, |\underline{\Psi}\rangle = \underline{H}_{ww}\, |\underline{\Psi}\rangle$$

im Vgl. zu Schrödingerbild beim H_0!

$$\underline{H}_{ww} = \underbrace{e^{i\frac{H_0}{\hbar}t}}_{U_0^{-1}(t)}\ \underbrace{H_{ww}}_{\text{Schrödingerbild}}\ \underbrace{e^{-i\frac{H_0 t}{\hbar}}}_{U_0(t)}$$

um die Schrödingergl. zu lösen, Ansatz:

$$|\underline{\Psi}(t)\rangle = \underbrace{\underline{U}_{ww}(t,t')}_{\text{Zeitentwicklungsoperator im WW Bild}}\ |\Psi(t')\rangle$$

einsetzen in Schrödingergleichg.

$$i\hbar\, \dot{\underline{U}}_{ww}(t,t')\, \cancel{|\Psi(t')\rangle} = \underline{H}_{ww}(t)\, \underline{U}_{ww}(t,t')\, \cancel{|\Psi(t')\rangle}$$

$\forall$ AB $|\Psi(t')\rangle$ gültig

zu zeigen, daß $\underline{U}_{ww} = U_0^{-1}(t)\, U(t,t')\, U_0(t')$ ist, wird dies einzeln gezeigt : (Produktregel)

$$\cancel{H_0} + H_{ww}$$

$$\dot{\underline{U}}_{ww}(t,t') = \cancel{U_0^{-1}\left(\frac{i H_0}{\hbar}\right) U(t,t')\, U_0(t')} + U_0^{-1}(t)\left(-\frac{i}{\hbar} H\, U(t,t')\right) U_0(t')$$

$$= U_0^{-1}(t)\left(-\frac{i}{\hbar}\right) H_{ww}\, U(t,t')\, U_0(t')$$

$$i\hbar\, \dot{\underline{U}}_{ww} = U_0^{-1}(t)\, H_{ww}\, \underbrace{U_0(t)\, U_0^{-1}(t)}_{1 \text{ einschieben}}\, U(t,t')\, U_0(t')$$

$$\boxed{i\hbar\, \dot{\underline{U}}_{ww}(t,t') = \underline{H}_{ww}(t)\, \underline{U}_{ww}(t,t')}$$

Ansatz erfüllt die Dgl. damit ist $\underline{U}_{ww}$ bestimmt über die Dgl.

<u>Erinnerung</u>: $\boxed{\langle \phi_f |\, \underline{U}_{ww}(t,t')\, | \phi_i \rangle = ?}$

damit bestimmt die Dgl. für $\underline{U}_{ww}$ die Streuamplitude.

1.3. Störungsreihe für den Zeitentwicklungsoperator $\underline{U}_{ww}$

die Dgl. für $\underline{U}_{ww}(t,t')$ kann dann zu Hilfenahme des Zeitentwicklungsoperators T gelöst werden.

dazu analog zu independent Boson Modell Störreihe aufschreiben

→ verschachtelte Integrationen $\int dt_n \cdots \int dt_1$ in n-ter Ordnung.

→ Einführung v. T

$$\underline{U}_{ww}(t,t') = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{t'}^{t} dt_n \int_{t'}^{t} dt_{n-1} \cdots \int_{t'}^{t} dt_1 \, T \, \underline{H}_{ww}(t_1) \cdots \underline{H}_{ww}(t_n)$$

<u>Anwendungen für die Störreihe v. $\underline{U}_{ww}(t,t')$:</u>

<u>a) Streutheorie f. Teilchenstöße</u>

dazu $t, t' \to \pm\infty$ zur Berechnung d. Streuamplituden

$$\lim_{t,t' \to \pm\infty} \underbrace{\langle \phi_f | \underline{U}_{ww}(t,t') | \phi_i \rangle}_{\text{Matrixelement eines Operators}} = \underbrace{S_{fi}}_{\text{S-Matrix}}$$

Zur Berechnung v. Streuquerschnitten benötigt man die S-Matrix, über U_{ww} definiert.

b) Grundzustandsenergie eines wechselwirkenden Systems

E_{int} sei Grundzustandsenergie eines WW Systems

E_0 sei – " – ohne WW

__Bsp__: El-Gas in Metall

frei Teilch. (kinet. Energie) $\longrightarrow E_0$

WW Teilch. (– " – + Coulomb) $\longrightarrow E_{int}$

$$\underbrace{E_{int} - E_0}_{\text{WW-Energie}} = i\hbar \frac{d}{dt} \ln R(t)$$

$$R(t) = \langle \phi_0 | \underline{U}_{WW}(t, \underset{=0}{t'}) | \phi_0 \rangle$$

$R(t)$ heißt Vakuumamplitude

$|\phi_0\rangle$ der Grundzustand d. wechselwirkungsfreien Systems

(ohne Beweis)

1.4. Diagrammatische Darstellung v. $U_{WW}(t,t')$ an ein Bsp.

Bsp: El-El-WW

$$\underline{H_{WW}}(t) \equiv V^{el-el} = \frac{1}{2}\sum_{nmlk} V_{nmlk} \underbrace{a_n^+(t)\, a_m^+(t)\, a_k(t)\, a_l(t)}_{\text{sind Opetor in WW Bild}}$$

Terme in der Störungsreihe und Erwartungswert

$$W_n = \frac{1}{n!}\int dt_1 \cdots \int dt_n \left\langle T\, V_1^{el-el} \underbrace{V_2^{el-el} \cdots V_n^{el-el}}_{\text{Produkte von } a^+ a \text{ zu verschied. Zeiten}} \right\rangle$$

n-te Term

$$V_1 \equiv V_1(a_{n_1}, t_1)$$

das sind typische Terme die man berechnen muß:

Regeln f. das Zerschlagen von zeitgeordneten Produkten:

nach Wicktheorem alle Paare bilden und summieren + Vorzeichen

$$\langle T a_1^+ a_2\, a_3^+ a_4 \rangle = \langle T a_1^+ a_2\rangle \langle T a_3^+ a_4\rangle + \langle T a_1^+ a_4\rangle \langle T a_2\, a_3^+\rangle + \langle T a_1^+ a_3\rangle \langle T a_2\, a_4\rangle$$

hier sind nur Vorzeichen zu beachten.

Mittelwert bzgl. Grundzustands $\quad a_1 = a_{n_1}(t_1)$

Metalle:  3 2 1 aufgefüllt v. unten, bis alle El drin sind

$$|\phi_0\rangle = \underbrace{a^+_{n_3\uparrow}\, a^+_{n_2\uparrow}\, a^+_{n_1\uparrow}\, a^+_{n_3\downarrow}\, a \ldots}_{\text{Schrödingerbild}} |0\rangle$$

Heisenbergbild