3. Abriß der Weinberg - Salam Theorie f. elektroschwache WW

3.1. Motivation

Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen : Leptonen + Quarks

$\swarrow$

$$\underbrace{\text{Schwache + elektromagn. WW}}$$

Weinberg - Salam - Theorie vereinigt diese in einer Beschreibung

Leptonen kommen in 3 Familien :

		q	m	Familien #
Elektron	e^-	-1	$0{,}5\ MeV/c^2$	(i)
Muon	μ^-	-1	$\sim 10^2$ – " –	(ii)
Tau	τ^-	-1	$\sim 10^3$ – " –	(iii)

Zu jedem gibt es 1 Neutrino + 1 Antiteilchen

Neutrinos	Elektron Neutrino	ν_e	0	klein (0) — nach Weinberg-Salam	(i)
	Muon -"-	ν_μ	0	-"-	(ii)
	Tau -"-	τ_μ	0	-"-	(iii)

Antiteilchen	Positron	e^+	$+1$	Massen wie oben	(i)
	Antimuon	μ^+	$+1$		(ii)
	Antitau	τ^+	$+1$		(iii)

grundsätzliches Verfahren d. W-S-Theorie:

- startet mit masselosen Teilchen $\mathcal{L}_{Dirac}$ ($m \to 0$), relativistisch
- erzeugt durch Eichtransformation ($U(1)$, $SU(2)$) die Wechselwirkung mit Eichbosonen → neue Teilchen (Photon, W,Z-Bosonen)

  die Bosonen sind zunächst alle masselos, Lepton auch
- Anwendung Higgsmechanismus, um Masse zu erzeugen

  → W,Z-Boson (schwache WW) bekommen eine Masse

  → Photon und das Neutrino <u>nicht</u> (das glaubt man heute nicht mehr)

3.2. Lagrangedichte und Spektrum d. masselosen Diracfelds

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\psi} \left(c\hbar i \gamma^\mu \partial_\mu - mc^2 \right) \psi$$

$\bar{\psi}, \psi$: Vierer spinor (Vektoren) 1.) $c, \hbar \to 1$ (später hinzufügen)

γ^μ: Diracmatrizen 2.) $m = 0$

$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ adjungierter Vektor

$\partial_\mu = (\partial_{ct}, \partial_x, \partial_y, \partial_z)$

Diracgleichg.: $i\gamma^\mu \partial_\mu \psi = 0$ folgt aus $\mathcal{L}$ durch Feldgleichg. ($\frac{\partial}{\partial \bar{\psi}}$ bilden ...)

$$\left(i\gamma^0 \partial_t + i\gamma^n \hat{p}_n \right) \psi = 0$$

n: 1-3 (x, y, z)

p_n: Impulsoperator

$$\psi \sim e^{-iEt/\hbar + i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar} \psi_0 \qquad p_n = (p_1, p_2, p_3)$$

$$\left(E\gamma_0 + \gamma^n p_n \right) \tilde{\psi} = 0$$

Ansatz: $\tilde{\Psi} = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$ linkshändig, rechtshändig — je 2 Komponenten

$\boxed{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}}$

Paulimatrix

$$\begin{pmatrix} \boxed{0} & E - \vec{p}\cdot\vec{\sigma} \\ E + \vec{p}\cdot\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = 0$$

$$(E - \vec{p}\cdot\vec{\sigma})\,\psi_R = 0$$

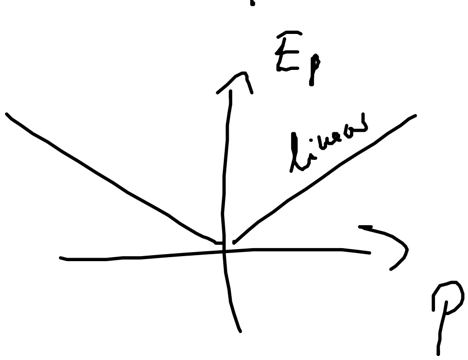
$$(E + \vec{p}\cdot\vec{\sigma})\,\psi_L = 0$$

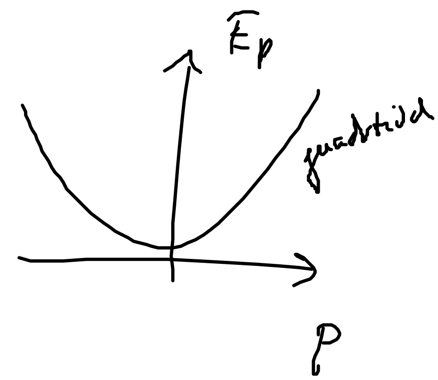
$$\underbrace{(E + \vec{p}\cdot\vec{\sigma})(E - \vec{p}\cdot\vec{\sigma})}_{=0}\,\psi_R = 0$$

$$E^2 - (\vec{p}\cdot\vec{\sigma})^2 = 0$$

$\downarrow$ ausrechnen

$$E = |\vec{p}|$$





(k) (k)

relativistisch $m \to 0$ $\qquad$ Schrödinger mit Masse

Graphen: hat auch linearen Bandstruktur

<u>ab jetzt:</u> weil die Symmetrie zw. L und R bei schwach WW gebrochen ist die Unterteilg beizubehalten

$$\psi \to \psi_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi$$

$$\psi \to \psi_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi \qquad \psi = \psi_R + \psi_L$$

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} \begin{matrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{matrix} & 0 \\ 0 & \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

neu QZ: $\gamma_5 \psi_{L/R} = \mp 1 \, \psi_{L/R}$

QZ „Chiralität“

Aus für $m \to 0$ ist dann eine Quantenzahl,

d.h. die Chiralitätsoperator γ_5 vertauscht mit H.

$\to$ aus f. Neutrinos endlich

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi_R \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \psi_L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

man schreibt $\mathcal{L}$ in ψ_R und ψ_L

$$\mathcal{L} = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi \quad \text{einsetzen} \quad \psi = \psi_R + \psi_L$$

$$= i \bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R$$

+ Kreuzterme, die verschwinden

γ^{0-3}

Später: L, R koppeln verschieden an die Eichbosonen

<u>Standardmodell</u>:

$$\mathcal{L}(\text{Lepton}, \cancel{\text{Quarks}}) \to \mathcal{L}(\text{Elektron} + \text{Neutrinos})$$

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e_L \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Neutrinofeld} \\ \text{Elektronfeld} \end{matrix} \Bigg\}$$

Interpretation von $\mathcal{L}$ am Ende der VL ist vorweggenommen

$$\psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ e_R \end{pmatrix}$$ Ansatz f. nur linkshändige Neutrinos

3.3. Wechselwirkung und Masse

(a) fordert lokale Eichinvarianz

jede Wellenfkt. $\psi \to \psi' e^{i\chi(\vec{r},t)}$

darf die Physik nicht verändern,

damit sich die Physik nicht ändert,

muß man neue Felder mit wohldefiniert Eicheigenschaften

(über χ) einführen

Bsp: f. 1komponentiges ψ:

Eichinvarianz führt zu elektromagn. Feld A_μ (Lorentz-Eichg.)

$$\partial_\mu \to \partial_\mu + q A_\mu$$

und damit taucht das em. Feld auf

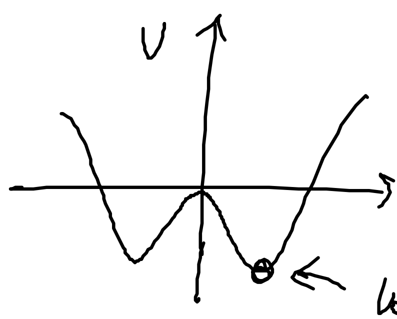
Verallgemeinerung auf 2 komp.-tige ψ:

$\chi(\vec r, t)$ zu einer Matrix (später)

(b) auf $\mathcal{L}$ mit WW-Terme wird noch der Higgsmechanismus angewendet (addiert noch ein Feld φ mit WW)

Masseerzeugung findet statt wenn der Vakuumzustand v. $\varphi \neq 0$ ist

dann tauchen Massen auf



3.3.1. Einführ. d. Eichbosonen

(i) $\Psi \to \Psi'_{L/R} = e^{i\frac{\beta(\vec r, t)}{2}}$

$\sim \vec\alpha \cdot \vec\sigma$

(ii) $\Psi \to \Psi'_L = e^{i\alpha_i \sigma_i / 2}$ α_i : Zahl

linkshändiger Anteil hat schwache WW

durch die Trafo von ∂_μ

→ neue $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{Lepton}} + \mathcal{L}_{WW} + \mathcal{L}_{\text{Eichfeld}}$$

(Dirac)

reingeschrieben
(Produkt d. Feldstärketensor)

analog $A_\mu q$

$$= i\bar{\Psi}_R \gamma^\mu \left(\partial_\mu + i g_B B_\mu\right) \Psi_R$$

$$+ \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{i g_B}{2} B_\mu + i g_W \frac{\vec{\sigma}}{2} \cdot \vec{W}_\mu\right) \Psi_L$$

g – „Art der Kopplg." – irgendein Ladg. die die Teilch. tragen

$$\vec{W}_\mu = \left(W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3\right)$$

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}$$

$\uparrow$

ken Felds $\qquad tg\ \theta_W = \dfrac{g_W}{g_B} \leftarrow$ Verhältnis der Kopplungsstärken

führt auf A_μ, elektromagn. Feld und

Z_μ (Z^0-Boson)

$\theta_W = 28°$

„Weinberg Winkel"

<u>Zusammenfassung der Terme:</u>

$$\mathcal{L}_{WW} = -q \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi A_\mu$$ Kopplung an elektromagn. Feld

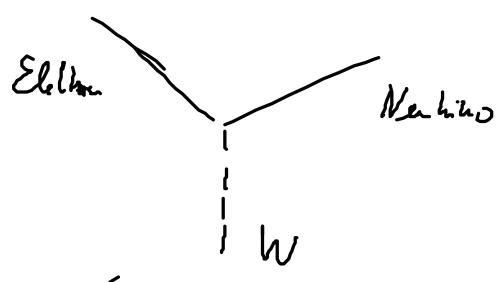
$$+ \sum_i c_i W_i \bar{e}_L \nu$$ Elektron-Neutrino-Kopplung

$\nearrow$

<u>Bosonfelder</u> $\quad W_1 = W_\mu^+ = \dfrac{W_\mu^1 - i W_\mu^2}{2}$

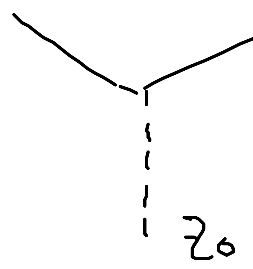
$W_2 = W_\mu^- = \dfrac{W_\mu^1 + i W_\mu^2}{2}$

<u>geladene</u> Bosonfelder der schwachen WW



(ladg.)

$$+ D\ Z^0 \left(\bar{e}_L \bar{e}_L - \bar{\nu} \nu \right)$$



ungeladenes Z^0 Boson vermittelt hier die WW

3.3.2. Einfühg. d. Higgsfelds

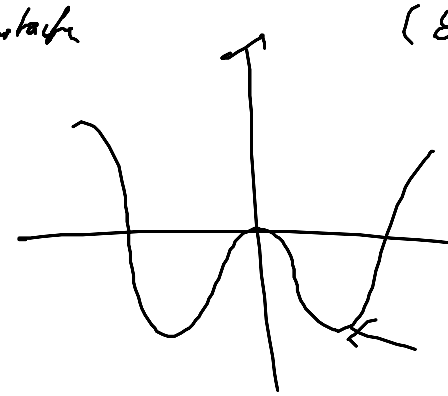
$$\mathcal{L}_{int} = -G_e \left(\bar{\psi}_L \varphi \psi_R + \bar{\psi}_R \varphi^* \psi_L \right)$$

WW mit Higgsfeld

Yukawa-Kopplgskonstante

einfachste Fermion-Boson Kopplg. (El-Modell)

$$\varphi = \underset{\substack{\neq \\ 0}}{\varphi_0} + \frac{h(\vec{r},t)}{\sqrt{2}}$$



$$\mathcal{L}_{int} = -G_e \varphi_0 \left(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L \right)$$

WW v. Elektron mit Vakuum-Higgsfeld

quadratisch in den Elektronen

$$\frac{\partial}{\partial \bar{e}_L} \longrightarrow -G_e \varphi_0 e_R$$

$\hat{=}$ in der Diracgleichung: Feld · Masseterm

$$m_{el} = G_0 \varphi_0 \neq 0$$

Die WW mit dem Higgsfeld gibt den El Masse.

Man nimmt <u>keine</u> Kopplg. an das Neutrino

$\Rightarrow$ das Neutrino verbleibt masselos.

b) modifizierte Ableitg. d. Higgsfelds

$$\partial_\mu \varphi \rightarrow \partial_\mu \varphi + i \frac{g_B}{2} B_\mu \varphi + i \frac{g_W}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W_\mu} \varphi$$

$\nearrow$

$\mathcal{L}_{Higgs}$ wird modifiziert, es entsteht ein Kopplg φ mit den Eichbosonen

$\rightarrow$

$$\underbrace{\mathcal{L}_{\substack{\text{Masseterm} \\ \text{der Eichbosonen}}}}_{\substack{\text{kinetischer Anteil} \\ \text{d. Eichbosonen}}} = \underbrace{A_\mu A^\mu \cdot 0}_{\text{Photon bleibt masselos}}$$

$$+ Z_\mu Z^\mu \underbrace{\left(\frac{g_B^2 + g_W^2}{4}\right) \varphi_0^2}_{m_Z = \frac{\sqrt{g_B^2 + g_W^2}}{2} \varphi_0}$$

$$+ W_\mu^\pm W^{\pm\mu} \underbrace{\frac{g_W^2}{4} \varphi_0^2}_{m_W = \frac{g_W}{2} \varphi_0}$$

Es entstehen Massenterme f. Bosonen der schwachen WW:

$\Longrightarrow$ $m_Z > m_W$ ist eine Voraussage, die bestätigt wurde.

$(\theta = 28°)$

(alles Ruhemasse!)