6. Teilchenzahlformalismus

$$\sum_{j=1}^{N} A(j)\,|n_1 n_2 \dots\rangle =$$

$$\sum_{i=1}^{N} (\dots\dots) \sum_{P\in S} (\pm 1)^p\, T_p \left\{ \psi_{\nu_1}(1) \dots A(i)\,\psi_{\nu_i}(i) \dots \psi_{\nu_N}(N) \right\}$$

$$|A(i)\,\psi_{\nu_i}(i)\rangle = \sum_{\lambda=1}^{\infty} |\psi_\lambda(i)\rangle\langle\psi_\lambda|A|\psi_{\nu_i}\rangle = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \psi_\lambda(i)\, A_{\lambda\nu_i}$$

1) $\lambda = \nu_i$: Besetzungszahlen bleiben erhalten

2) $\lambda \neq \nu_i$: Besetzungszahlen $n_{\nu_i} \to n_{\nu_i} - 1$

$n_\lambda \to n_\lambda + 1$

$$a_\lambda a_\lambda^+ |n_1 n_2 \dots\rangle = a_\lambda \sqrt{n_\lambda + 1}\, |n_1 n_2 \dots n_\lambda{+}1 \dots\rangle = \sqrt{n_\lambda+1}\sqrt{n_\lambda+1}\,|n_1 n_2 \dots\rangle$$

$$= (n_\lambda + 1)\,|n_1 n_2 \dots\rangle$$

$$\Rightarrow [a_\lambda, a_\lambda^+] = \hat{1}$$

$$[\hat\psi(\underline{x}), \hat\psi^+(\underline{x}')] =$$

$$= \sum_{\nu,\mu} \left[\psi_\nu(\underline{x})\, a_\nu\, \psi_\mu^*(\underline{x}')\, a_\mu^+\right] = \sum_{\nu,\mu} \psi_\nu(\underline{x})\,\psi_\mu^*(\underline{x}')\,[a_\nu, a_\mu^+] =$$

$$= \sum_{\nu} \psi_\nu(\underline{x})\, \psi_\nu^*(\underline{x}')\, 1 = \delta(\underline{x} - \underline{x}')\, 1$$ Entwicklungssatz

$$\hat{N} = \sum_{\lambda=1}^{\infty} a_\lambda^+ a_\lambda = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \int \psi_\lambda(\underline{x})\, \hat{\psi}^+(\underline{x})\, dx \int \psi_\lambda^*(\underline{x}')\, \hat{\psi}(\underline{x}')\, dx'$$

$$= \int \underbrace{\sum_{\lambda=1}^{\infty} \psi_\lambda(\underline{x})\, \psi_\lambda^*(\underline{x}')}_{\delta(\underline{x} - \underline{x}')}\, \hat{\psi}^+(\underline{x})\, \hat{\psi}(\underline{x})\, dx\, dx'$$ Entwicklungssatz

$$= \int \hat{\psi}^+(\underline{x})\, \hat{\psi}(\underline{x})\, dx$$