6. Teilchenzahlformalismus

$$\sum_{j=1}^{N} A(j)\,|n_1 n_2 \dots\rangle =$$

$$\sum_{i=1}^{N} (\dots\dots) \sum_{P\in S} (\pm 1)^p\, T_P \left\{ \psi_{\nu_1}(1) \dots A(i)\, \psi_{\nu_i}(i) \dots \psi_{\nu_N}(N) \right\}$$

$$|A(i)\,\psi_{\nu_i}(i)\rangle = \sum_{\lambda=1}^{\infty} |\psi_\lambda(i)\rangle\langle \psi_\lambda | A | \psi_{\nu_i}\rangle = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \psi_\lambda(i)\, A_{\lambda \nu_i}$$

1) $\lambda = \nu_i$: Besetzungszahlen bleiben erhalten

2) $\lambda \neq \nu_i$: Besetzungszahlen $n_{\nu_i} \to n_{\nu_i} - 1$

$n_\lambda \to n_\lambda + 1$

$$a_\lambda a_\lambda^+ |n_1 n_2 \dots\rangle = a_\lambda \sqrt{n_\lambda+1}\,|n_1 n_2 \dots n_\lambda+1 \dots\rangle = \sqrt{n_\lambda+1}\sqrt{n_\lambda+1}\,|n_1 n_2 \dots\rangle$$

$$= (n_\lambda+1)\,|n_1 n_2 \dots\rangle$$

$$\Rightarrow \left[a_\lambda, a_\lambda^+\right] = \hat{1}$$

$$\left[\hat\psi(\underline{x}), \hat\psi^+(\underline{x}')\right] =$$

$$= \sum_{\nu,\mu} \left[\psi_\nu(\underline{x})\, a_\nu\ \psi_\mu^*(\underline{x}')\, a_\mu^+\right] = \sum_{\nu,\mu} \psi_\nu(\underline{x})\, \psi_\mu^*(\underline{x}') \left[a_\nu, a_\mu^+\right] =$$

$$= \sum_{\nu} \psi_\nu(\underline{x})\, \psi_\nu^*(\underline{x}')\, \mathbb{1} = \delta(\underline{x}-\underline{x}')\, \mathbb{1}$$ Entwicklungssatz

$$\hat{N} = \sum_{\lambda=1}^{\infty} a_\lambda^+ a_\lambda = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \int \psi_\lambda(\underline{x})\, \hat{\psi}^+(\underline{x})\, dx \int \psi_\lambda^*(\underline{x}')\, \hat{\psi}(\underline{x}')\, dx'$$

$$= \int \underbrace{\sum_{\lambda=1}^{\infty} \psi_\lambda(\underline{x})\, \psi_\lambda^*(\underline{x}')}_{\delta(\underline{x}-\underline{x}')} \hat{\psi}^+(\underline{x})\, \hat{\psi}(\underline{x}')\, dx\, dx'$$ Entwicklungssatz

$$= \int \hat{\psi}^+(\underline{x})\, \hat{\psi}(\underline{x})\, dx$$