Bitte anschauen: MMP: 2.3 Drehungen
6.4. Nabla-Operator [kartes. Koord.]
6.6. Rotation
7.1. Linienintegrale

# 1. Grundprinzipien und Erläuterungen

## 1.1 Fundamentale Annahmen

## 1.2. Kinematik eines Massenpunktes

- Sommerfeld: „Die Kinematik behandelt die Geometrie der Bewegung ohne Rücksicht auf deren physikal. Realisierung"

- Massenpkt: idealisiertes Objekt <u>ohne</u> Ausdehnung, aber <u>mit</u> Masse

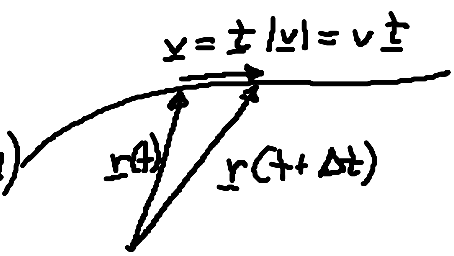
  <u>real:</u> Ausdehnung $\ll$ typische Längenskala im System

  <u>Bsp:</u> Planeten im Sonnensystem, Galaxien im Galaxienhaufen, Atome im Gas, etc.

a) <u>Geschwindigkeit</u>

Bahnkurve: $\underline{r}(t)$

$$\boxed{\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}}{dt} = \dot{\underline{r}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\underline{r}(t+\Delta t) - \underline{r}(t)}{\Delta t}} \quad (1.1)$$




... Tangentialvektor an $\underline{r}(t)$

NB: Bogenlänge $s$:

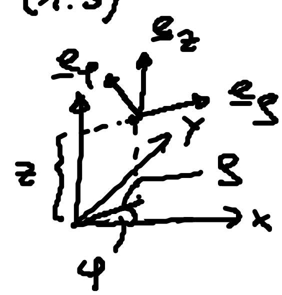
$$v = |\underline{v}| = \frac{ds}{dt} \longrightarrow s(t) = \int_0^t v(t')\,dt' \qquad (1.2)$$

... „zurückgelegter Weg"

• Kartesische Koord.: $[\underline{r}(t) = x\,\underline{e}_x + y\,\underline{e}_y + z\,\underline{e}_z]$

$$\underline{v}(t) = \dot{x}\,\underline{e}_x + \dot{y}\,\underline{e}_y + \dot{z}\,\underline{e}_z = \begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix} \qquad (1.3)$$

• Zylinderkoord.: $(\rho, \varphi, z)$




$$\underline{r}(t) = \rho\,\underline{e}_\rho + z\,\underline{e}_z$$

$$\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}}{dt} = \underbrace{\frac{\partial \underline{r}}{\partial \rho}}_{\underline{e}_\rho}\dot{\rho} + \underbrace{\frac{\partial \underline{r}}{\partial \varphi}}_{\rho\,\underline{e}_\varphi}\dot{\varphi} + \underbrace{\frac{\partial \underline{r}}{\partial z}}_{\underline{e}_z}\dot{z}$$

Kettenregel

$$\longrightarrow \boxed{\underline{v}(t) = \underbrace{\dot{\rho}\,\underline{e}_\rho}_{\text{radiale}} + \underbrace{\rho\dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi}_{\text{azimuthale}} + \underbrace{\dot{z}\,\underline{e}_z}_{\text{axiale}}} \qquad (1.4)$$

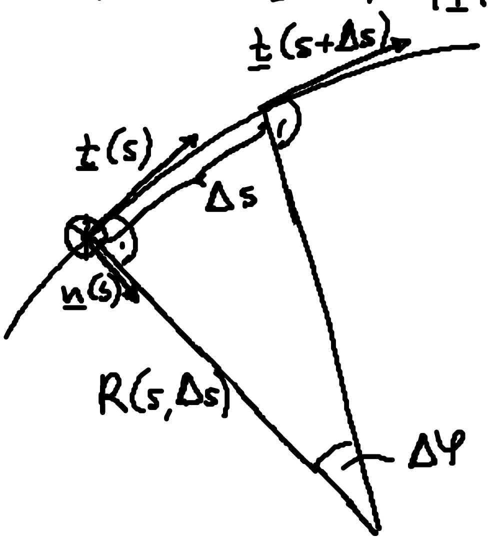
Geschw.

## b) Beschleunigung:

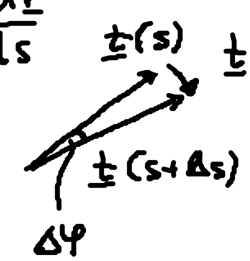
• $\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d^2\underline{r}}{dt^2}$ (1.5) ... „acceleration"

• Zerlegung von $\underline{a}$ nach „natürlichen" Komponenten

Bahnkurve: $\underline{r}(s)$ $\quad |\underline{t}| = 1!$ $\quad , \underline{t}(s) = \frac{d\underline{r}}{ds}$




$\longrightarrow$




$\underline{t}(s+\Delta s) - \underline{t}(s) \perp \underline{t}(s)$, $\Delta s \to 0$, $\Delta\varphi \to 0$

Normalenvektor $\underline{n}(s) = \lim_{\Delta\varphi \to 0} \frac{\underline{t}(s+\Delta s) - \underline{t}(s)}{\Delta\varphi}$

$$\left[\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R(s,\Delta s)}\right] = \lim_{\Delta s\to 0} R(s,\Delta s)\,\frac{\underline{t}(s+\Delta s)-\underline{t}(s)}{\Delta s}$$

$$\longrightarrow \boxed{\underline{n}(s) = R\,\frac{d\underline{t}}{ds}} \quad \text{mit} \quad \boxed{\frac{1}{R} = \left|\frac{d\underline{t}}{ds}\right|} \qquad (1.6)$$

... Krümmung der Bahnkurve

$R$ ... Krümmungsradius

$\longrightarrow$ begleitendes Dreibein: für Massepkt.

$\underline{t}$, $\underline{n}$, Binormalenvektor: $\underline{b} = \underline{t}\times\underline{n}$ (1.7)

$|\underline{t}| = |\underline{n}| = |\underline{b}| = 1 \longrightarrow$ lokale ONB!

- $$\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\,\underline{t}) = \frac{dv}{dt}\,\underline{t} + v\,\frac{d\underline{t}}{dt} = \frac{dv}{dt}\,\underline{t} + \underbrace{v\,\frac{d\underline{t}}{ds}\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{v}}_{\text{Kettenregel}}$$

$$\xrightarrow[(1.6)]{} \boxed{\underline{a} = \underbrace{\frac{dv}{dt}\,\underline{t}}_{\text{Tangential-beschl.}} + \underbrace{\frac{v^2}{R}\,\underline{n}}_{\text{Radialbeschl.}}} \qquad (1.8)$$

Radialbeschl. = „Zentripetalbeschl."

bei Richtungsänderung!

$\sim \frac{v^2}{R}$

- Anwendungen auf Helixbahn: $\longrightarrow$ Übungen

## 1.3 Newtonsche Axiome

$\longrightarrow$ Folien