I. Einführung in die theoretische Physik

- Beginn der VL in theo. Physik
- Wissen, das über 350 Jahre entstanden ist

Newtonmechanik ⟶ Higgsboson (vorgestern

⇓ ⇓

Alltagserfahrung		jenseits d. Alltagserf.
- absolute Weltzeit - Fixsternhimmel als festes KS	⟶	von Bezugssystem abhängige Zeit, keine wohldefinierten Bahnkurven

klass. Mechanik (I) ⟶ Quantenmechanik (II)

Elektrodynamik (III) ⟶ statistische Physik (IV)

- Paradigmenwechsel: Vielkörperphysik

um 1700	3	Körper nicht analyt. behandeln	(klass. M.)
um 1910	2	—— " ——	(ART)
um 1930	1	—— " ——	(QED)
heute	0	—— " ——	(Quantenvakuum)

→ keine puristische Einstellung

→ Näherungen sind nötig

- Inhaltsangabe über diesen Kurs:

I. Historische Einführung

II. Grundbegriffe der klass. Mechanik; Inertialsysteme

III. Beschleunigte Bezugssysteme

IV. Lagrangemechanik

V. spezielle Vielteilchensysteme

VI. Hamiltonmechanik

VII. Relativitätstheorie

VIII. Dynamische Systeme

Historischer Abriß der Mechanik

- Antike:

Aristoteles (384 – 322 v.Chr) — Kraft ~ Geschwindigkeit

Archimedes (287 – 212 v.u.Z) — Gesetze der Statik

- Mittelalter:

N. Copernicus (1473 - 1543)	Heliozentrische Planetensystem
G. Galilei (1564 - 1642)	Trägheitsgesetz, freier Fall, schiefe Ebene
J. Kepler (1571 - 1630)	Planetenbewegung

- Neuzeit:

I. Newton (1643 - 1727)	Newton'sche Mechanik, Gravitationsgesetz formuliert
J. L. Lagrange (1736 - 1813)	Lagrange-Gleichung
G. Coriolis (1792 - 1843)	Beschleunigte Bezugssystem, Corioliskraft
C. G. J. Jacobi (1804 - 1851)	Hamilton-Jacobi Gl.
W. R. Hamilton (1805 - 1865)	Hamilton-Gl., Hamilton'sche Prinzip
H. von Helmholtz (1821 - 1894)	Erhaltungssätze der Energie

II. Grundlagen der klass. Punktmechanik

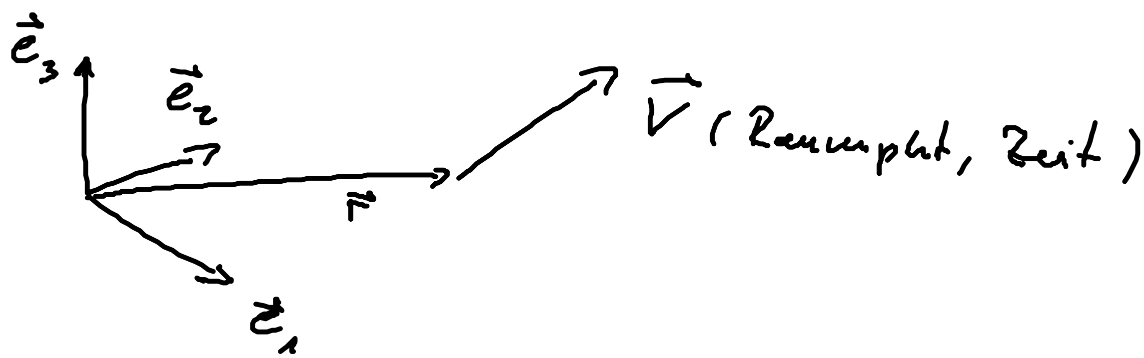
1. Ziele

- Zeit-Raum Dynamik von Körpern

- Bahnkurve $\vec{r}(t)$ eines Massepunkts aus Axiomen (Newton'schen Gesetzen) ableiten

- kompliziertere Körper aus Massepunkten (MP) aufbauen

- math. Bemerkung: Vektoren $\vec{V}(\vec{r}, t)$



Jeder Vektor wird durch ein lokales Dreibein $\{\vec{e}_i\}$, d.h. 3 orthogonale Einheitsvektoren am Ort $\vec{r}$ aufspannen

$$\vec{V} = \sum_i V_i \,(\text{Raumpkt, Zeit})\; \vec{e}_i \,(\text{Raumpkt})$$

2. Kinematische Grundbegriffe

2.1 Massepunkt (MP)

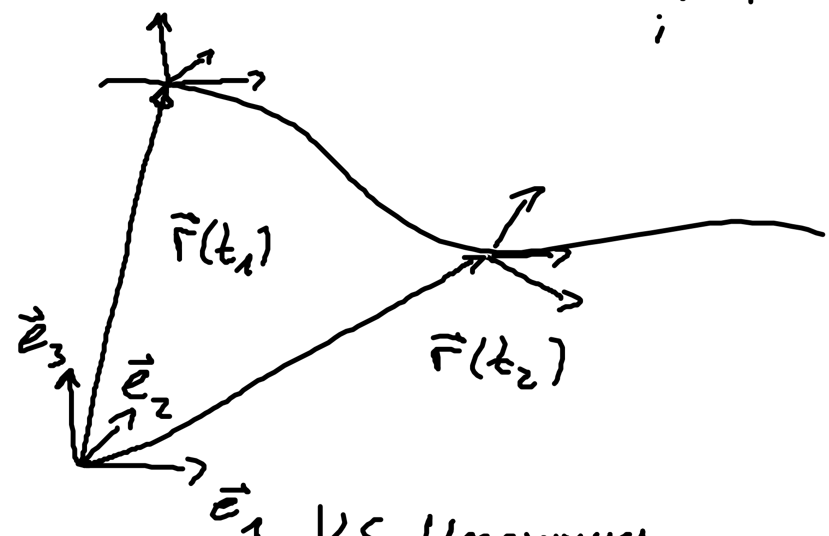
Gesamte Masse eine Körpers wird in einem Punkt vereinigt.

Bsp.: Planetenbewegung ; nicht: Gezeiten (Kontinuumsmechanik)

2.2 Bahnkurve $\vec{r}(t)$

Ist ein spez. Vektor vom Koordinatenursprung für die Raumkurve eines MP:

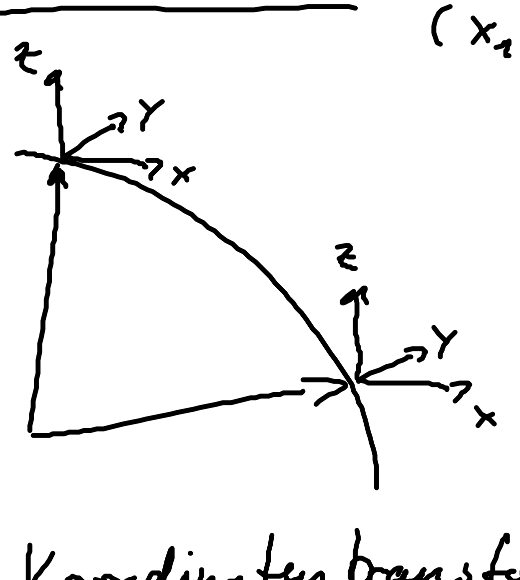
$$\vec{r}(t) = \sum_i x_i(t)\,\vec{e}_i(\vec{r}(t))$$



Darstellung von $\vec{r}(t)$ mit 3 Komponenten eines Koordinatensystems (KS) (uU mitbewegtes Dreibein)

KS Ursprung fest bzgl. Fixsternhimmels

- Ausnahme: karth. KS fest im Raum ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$)



$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{e}_x + y(t)\,\vec{e}_y + z(t)\,\vec{e}_z$$

- Koordinatentransformation: Wdh. aus MMP

$$(x, y, z) \longrightarrow (u_1, u_2, u_3)$$

neue Koord.: $u_i = u_i(x, y, z) \rightarrow \vec{r} = \vec{r}(u_1, u_2, u_3)$

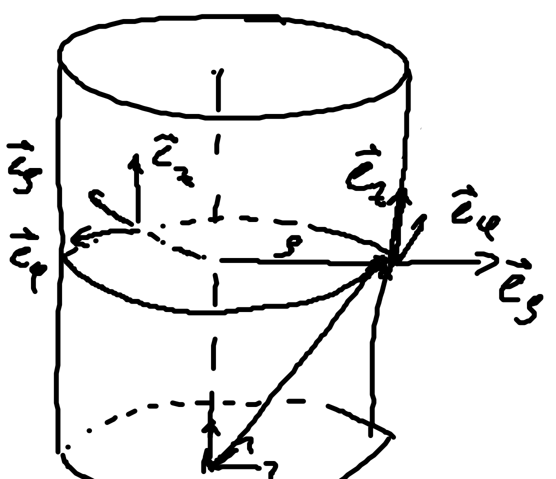
neue Einheitsvektoren:

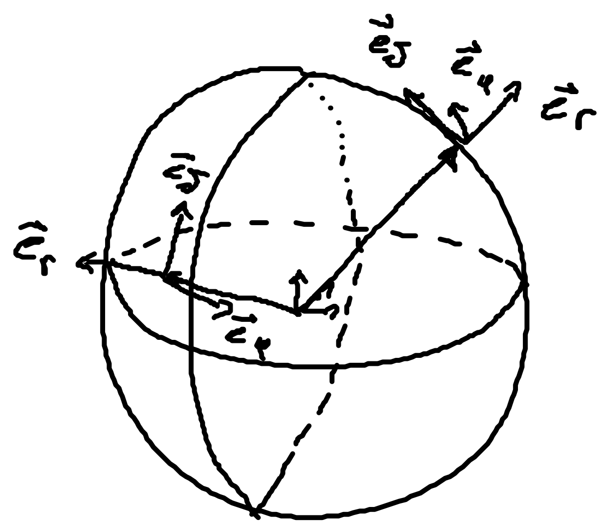
$$\boxed{\vec{e}_i = \frac{1}{\left|\frac{\partial \vec{r}(\{u_i\})}{\partial u_i}\right|} \frac{\partial \vec{r}(\{u_i\})}{\partial u_i}}$$

$\rightarrow$ ortsabhängige EV bei

Zylinderkoord. Kugelkoord.

· Anschauung:





· Trafo:

$x(\rho, \varphi, z) = \rho\cos\varphi$ $\quad$ $x(r, \vartheta, \varphi) = r\sin\vartheta\cos\varphi$

$y(\rho, \varphi, z) = \rho\sin\varphi$ $\quad$ $y(r, \vartheta, \varphi) = r\sin\vartheta\sin\varphi$

$z(\rho, \varphi, z) = z$ $\quad$ $z(r, \vartheta, \varphi) = r\cos\vartheta$

· Einheitsvektoren:

$\vec{e}_\rho(\varphi) = \cos\varphi\,\vec{e}_x + \sin\varphi\,\vec{e}_y + 0\,\vec{e}_z$

$\vec{e}_r = \sin\vartheta\cos\varphi\,\vec{e}_x + \cos\vartheta\sin\varphi\,\vec{e}_y + \cos\vartheta\,\vec{e}_z$

$\vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\, \hat{e}_x + \cos\varphi\, \vec{e}_y + 0\, \vec{e}_z$

$\vec{e}_z = 1\, \vec{e}_z$

$\vec{e}_\vartheta = \cos\vartheta \cos\varphi\, \vec{e}_x + \cos\vartheta \sin\varphi\, \vec{e}_y - \sin\vartheta\, \hat{e}_z$

$\vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\, \vec{e}_x + \cos\varphi\, \vec{e}_y + 0\, \vec{e}_z$

$\vec{e}_x = \cos\varphi\, \vec{e}_\rho + \sin\varphi\, \vec{e}_\varphi$

$\vec{e}_y = \sin\varphi\, \hat{e}_\rho - \cos\varphi\, \vec{e}_\varphi$

... selbst ...

- Ortsvektor in Zylinder / Kugelkoord.:

$$\vec{r}(t)\big|_{\text{kartk}} = x(t)\, \vec{e}_x + y(t)\, \vec{e}_y + z(t)\, \vec{e}_z$$

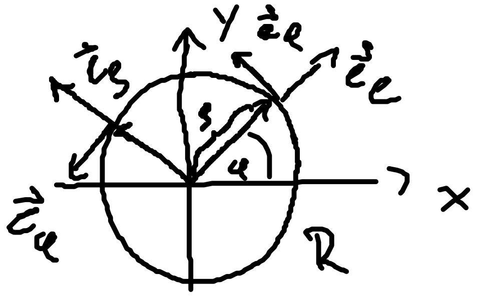
$$\vec{r}(t)\big|_{\text{Zyl}} = \rho(t) \cos\varphi(t) \left[\cos\varphi(t)\, \vec{e}_\rho(\varphi(t)) + \sin\varphi(t)\, \vec{e}_\varphi(\varphi(t))\right] + \rho(t) \sin\varphi \left[\sin\varphi\, \vec{e}_\rho - \cos\varphi\, \vec{e}_\varphi\right] + z\left[\vec{e}_z\right]$$

$$\boxed{\vec{r}(t) = \rho(t)\, \vec{e}_\rho + z(t)\, \vec{e}_z \quad \text{gilt allgem. in Zyl. koord.}}$$

analog:

$$\boxed{\vec{r}(t) = r(t)\, \vec{e}_r(t) \qquad \text{gilt allgem. in Kugelkoord.}}$$

• Beispiel: Kreisbewegung



$$\vec{r}(t)\Big|_{\text{karth}} = x(t)\,\vec{e}_x + y(t)\,\vec{e}_y + 0\,\vec{e}_z$$
$$= R\cos\varphi(t)\,\vec{e}_x + R\sin\varphi\,\vec{e}_y$$

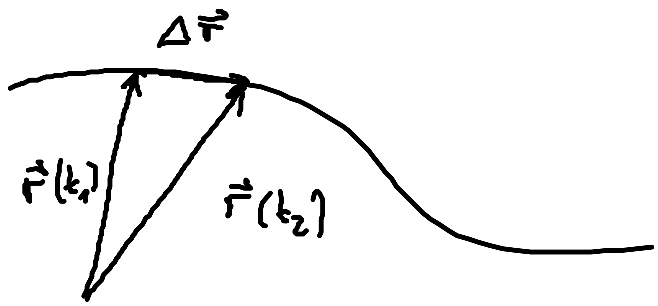
$$\vec{r}(t)\Big|_{\text{Zyl}} = \varrho(t)\,\vec{e}_\varrho(t) + 0\,\vec{e}_z$$
$$= R\,\vec{e}_\varrho$$

$\vec{e}_\varrho = \vec{e}_\varrho$

sieht an jeden Pkt. anders aus.

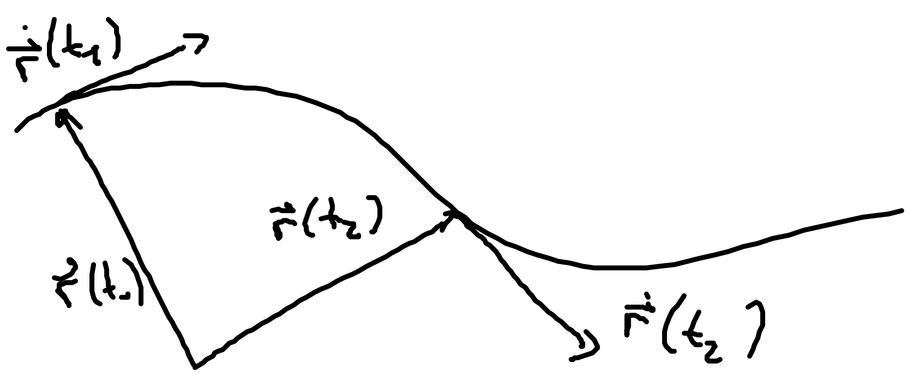
2.3 Geschwindigkeit $\vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{r}(t) = \dot{\vec{r}}(t)$

Änderung des Ortsvektors $\vec{r}(t)$ mit Zeit



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$$
$$\Delta t = t_2 - t_1$$
$$\vec{v} = \dot{\vec{r}}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Der Geschwindigkeitsvektor $\dot{\vec{r}}$ ist ein Tangentenvektor entlang der Bk $\vec{r}(t)$.



$\rightarrow$ komponentenweise Diff. der Bk führt zur Geschw.:

$$\vec{r} = \sum_i x_i \, \vec{e}_i$$

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}} = \frac{d}{dt}\left(\sum_i x_i \, \vec{e}_i \right)$$

$$= \underbrace{\sum_i \left(\dot{x}_i \, \vec{e}_i + x_i \, \dot{\vec{e}}_i \right)}_{\text{nur in karth}}$$

- Ableitung der EV:

$$\dot{\vec{e}}_\varrho = (\dot{\cos\varphi}, \dot{\sin\varphi}, 0) = (-\sin\varphi \, \dot{\varphi}, \cos\varphi \, \dot{\varphi}, 0)$$

$$\dot{\vec{e}}_\varrho = \dot{\varphi} \, \vec{e}_\varphi$$

Zylinderkoord

– EV:

$$\dot{\vec{e}}_\varrho = \dot{\varphi} \, \vec{e}_\varphi$$

$$\dot{\vec{e}}_\varphi = -\dot{\varphi} \, \vec{e}_\varrho$$

$$\dot{\vec{e}}_z = 0$$

– Geschwindigkeit

$$\dot{\vec{r}}(t) = \dot{\varrho} \, \vec{e}_\varrho + \varrho \, \dot{\vec{e}}_\varrho + \dot{z} \, \vec{e}_z$$

$$= \dot{\varrho} \, \vec{e}_\varrho + \varrho \, \dot{\varphi} \, \vec{e}_\varphi + \dot{z} \, \vec{e}_z$$

Kugelkoord

$$\dot{\vec{e}}_r = \dot{\vartheta} \, \vec{e}_\vartheta + \sin\vartheta \, \dot{\varphi} \, \vec{e}_\varphi$$

$$\dot{\vec{e}}_\vartheta = -\dot{\vartheta} \, \vec{e}_r + \cos\vartheta \, \dot{\varphi} \, \vec{e}_\varphi$$

$$\dot{\vec{e}}_\varphi = -\sin\vartheta \, \dot{\varphi} \, \vec{e}_r - \cos\vartheta \, \dot{\varphi} \, \vec{e}_\vartheta$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \, \vec{e}_r + r \, \dot{\vec{e}}_r$$

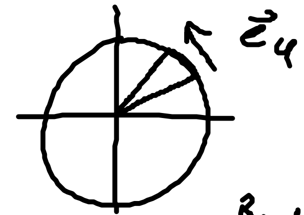
$$= \dot{r} \, \vec{e}_r + r \, \dot{\vartheta} \, \vec{e}_\vartheta + r \sin\vartheta \, \dot{\varphi} \, \vec{e}_\varphi$$

- Beispiel: kinet. Energie

$$\frac{m}{2} \dot{r}^2 \Big|_{zyl} = \frac{m}{2} \left(\dot{\varrho}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2 \right)$$

$$\frac{m}{2}\dot{\vec r}^2\Big|_{kugel} = \frac{m}{2}\left(\dot r^2 + r^2\dot\vartheta^2 + r^2\sin^2\vartheta\,\dot\varphi^2\right)$$

· Beispiel: Kreisbewegung



$V = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Zeit}}$

$$\dot{\vec r}\Big|_{karth} = \frac{d}{dt}\left(R\cos\varphi\,,\ R\sin\varphi\,,\ 0\right)$$

$$= R\dot\varphi\left(-\sin\varphi\,,\ \cos\varphi\,,\ 0\right)$$

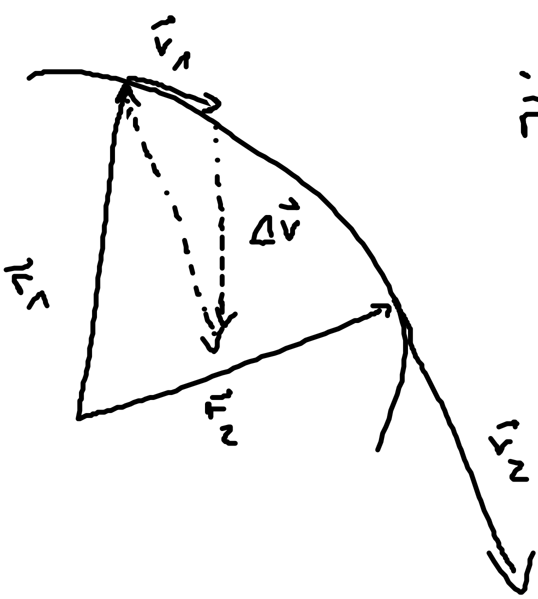
$$\dot{\vec r}\Big|_{Zyl} = R\dot\varphi\,\vec e_\varphi \ \hat{=}\ \text{richtige Richtung} + \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Zeit}}\left(\frac{d\varphi\cdot R}{dt}\right)$$

Winkelgeschwindigkeit $\varphi = \omega t$

$\dot\varphi = \omega$

2.4 Beschleunigung $\vec a = \ddot{\vec r}(t)$

Änderung d. Geschw.vektors $\vec v(t)$ mit der Zeit



$$\ddot{\vec r} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec v}{\Delta t} = \frac{\vec v_2 - \vec v_1}{t_2 - t_1} = \frac{d}{dt}\vec v$$

Aufteilen der Geschw.

$$\vec v = v(t)\cdot\vec t(t)$$

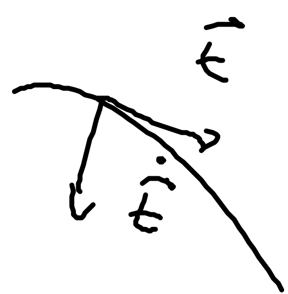
Betrag - Richtung (Tangenten EV)

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} = \frac{d}{dt}\left(v(t)\cdot\vec{t}(t)\right) = \underbrace{\dot{v}(t)\,\vec{t}}_{(i)} + \underbrace{v(t)\,\dot{\vec{t}}}_{(ii)}$$

(i) Anteil der Beschleunigung von $\vec{v}$
(betragsmäßige Änderung $\vec{v}$)

(ii) Anteil der Beschl. $\perp$ zu $\vec{v}$
(Richtungsänderung von $\vec{v}$)

$\dot{\vec{t}} \perp \vec{t}$:



$$\vec{t}^{\,2} = 1 \quad \Big|\ \frac{d}{dt}$$

$$2\vec{t}\cdot\dot{\vec{t}} = 0$$

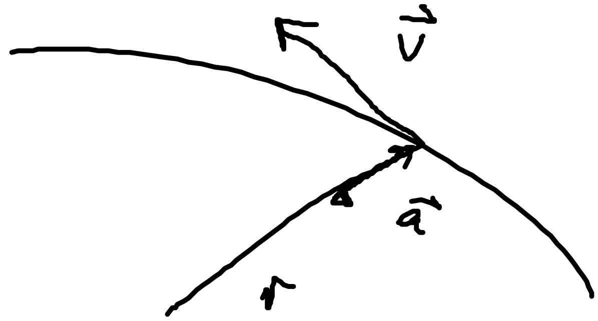
$$\vec{t}\cdot\dot{\vec{t}} = 0 \rightarrow \vec{t} \perp \dot{\vec{t}}$$

- Beispiel: Kreisbewegung

$$\ddot{\vec{r}}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v} = \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} -R\omega\sin(\omega t) \\ +R\omega\cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -R\omega^2\cos\omega t \\ -R\omega^2\sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix} = -\omega^2\,\vec{r}$$

$\longrightarrow$ Beschleunigung ist entgegengesetzt dem Vektor $\vec{r}$



$\vec{v}$
$\vec{a}$
r