English Summary:

4.5 Photon correlations

Field corr. fct. of 1st order $G^{(1)}(r_1,r_2,\tau) = \langle E^{(-)}(r_1,t)\,E^{(+)}(r_2,t+\tau)\rangle$

probab. to detect a photon at r : $G^{(1)}(r,r,0)$

Field corr. fct. of 2nd order $G^{(2)}(r_1,r_2,r_3,r_4,t_1,t_2,t_3,t_4) = \langle E_1^{(-)} E_2^{(-)} E_3^{(+)} E_4^{(+)}\rangle$

temporal coherence of 1st order $g^{(1)}(\tau) = \dfrac{\langle a^+(t)\,a(t+\tau)\rangle}{\langle a^+a\rangle}$ $\Rightarrow$ interference
(normalized)

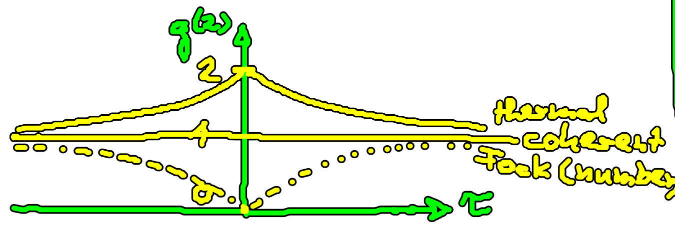
of 2nd order $g^{(2)}(\tau) = \dfrac{\langle a^+(t)\,a^+(t+\tau)\,a(t+\tau)\,a(t)\rangle}{\langle a^+a\rangle^2}$

$\Rightarrow$ 2-photon correlation (Hanbury-Brown-Twiss)
prob. to detect a photon at t and a photon at $t+\tau$

$g^{(2)}(0)^{\text{therm}} = 2$ (super-Poissonian)

$g^{(2)}(0)^{\text{laser}} = 1$ (Poissonian)

$g^{(2)}(0)^{\text{Fock}|n_0\rangle} = 1 - \frac{1}{n_0}$ (sub-Poissonian)



4.5.4 Bedingungen für nichtklassisches Licht

klassisch (Feldop. durch c-Zahlen ersetzt) folgt aus

Schwarz-Ungleichung $|\langle A^* B\rangle|^2 \le \langle |A|^2\rangle \langle |B|^2\rangle$

$$|\langle I(t)\,I(t+\tau)\rangle|^2 \le \langle I^2(t)\rangle \langle I^2(t+\tau)\rangle$$

(Reihenfolge der Felder spielt keine Rolle: $I(t)I(t+\tau) = E^{(-)}(t)\,E(t+\tau)\,E^{(+)}(t+\tau)\,E^{(+)}(t)$

Quantenkohärenz $|\langle :I(t)\,I(t+\tau):\rangle|^2 \le \langle :I^2(t):\rangle \langle :I^2(t+\tau):\rangle$

Normalordnung $\quad \langle a^+a^+aa\rangle \; \langle a^+a^+aa\rangle$

$$\left[g^{(2)}(\tau)\right]^2 \le \left[g^{(2)}(0)\right]^2$$

$\boxed{g^{(2)}(\tau) \le g^{(2)}(0)}$ gilt für therm. Licht und Laserlicht

d. h. Photonen treffen lieber ohne Zeitdifferenz auf

$\Rightarrow$ photon bunching

therm. Licht: | ||| ||| | | || | || |
bunch

kohärentes Licht: | | || | || | || zufällig

Fock-Zustand: | | | | | | | |
anti-bunching

Nichtklassisches Licht:

(I) $$\boxed{g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(0)}$$ anti-bunching

„lieber nicht zusammen eintreffen"

(II) Eine andere nichtklass. Bed. ist

$$\boxed{g^{(2)}(0) < 1}$$

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^+a^+a\,a\rangle}{\langle a^+a\rangle^2} < 1$$

sub-Poisson-Verteilung
(Poisson: $g^{(2)}(0) = 1$)

$$\Leftrightarrow \quad \langle a^+a^+aa\rangle - \langle a^+a\rangle^2 < 0$$

in P-Darstellung $$\int P(\alpha,\alpha^*)\left(|\alpha|^4 - \langle a^+a\rangle^2\right)d^2\alpha < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \int P(\alpha,\alpha^*)\left(|\alpha|^2 - \langle a^+a\rangle\right)^2 d^2\alpha < 0$$

denn $$\int P(\alpha,\alpha^*)\left(|\alpha|^4 + \langle a^+a\rangle^2 - 2\underbrace{|\alpha|^2}_{\langle a^+a\rangle}\langle a^+a\rangle\right)d^2\alpha$$

$P(\alpha,\alpha^*)$ für klass. Licht ist positiv!

hier aber $P < 0$, da $\left(|\alpha|^2 - \langle a^+a\rangle\right)^2 > 0$
und $\int P(\alpha,\alpha^*)\left(|\alpha|^2 - \langle a^+a\rangle\right)^2 d^2\alpha < 0$

$\Rightarrow$ nichtklass. Zustand (P ist keine klass. Verteil.fkt.! = Wahrscheinlichkeitsdichte)

$\Rightarrow$ sub-Poisson-Verteilung

4.6 Quanten-Mastergl.

Lit. H.J. Carmichael: Stat. Methods in Quantum Optics, Vol. I
(Master Eqs. and Fokker-Planck Eqs.)

Nichtgleichgewichtsdynamik: Dissipation in der Quantenmechanik?

- System S (z.B. Atom oder harmon. Osz.) wechselwirkt mit Umgebung R
- Umgebung ist ein Reservoir im thermischen Gleichgewicht (Bad)
  $\Rightarrow$ Dissipation (Dämpfung, Irreversibilität)

Ziel: Entwicklung einer Mastergl. für reduzierte Dichtematrix des Systems $\hat{\varrho}_S = \mathrm{tr}_R\, \hat{\varrho}_{SR}$

Voraussetzung: schwache Kopplung zwischen System u. Reservoir, Reservoir (groß) nicht beeinflusst von WW

$$\Rightarrow \hat{\varrho}_{SR} = \hat{\varrho}_S(t) \otimes \hat{\varrho}_R(0) + \underbrace{\hat{\varrho}_c(t)}_{\text{Kopplung}}$$

$\Rightarrow$ damit $\hat{\varrho}_S = \mathrm{tr}_R\, \hat{\varrho}_{SR}$ gilt, muss gelten: $\mathrm{tr}_R\, \hat{\varrho}_c(t) = 0$

<u>Methode</u>: Dichtematrixansatz im Wechselwirkungs-Bild

$$\boxed{i\hbar\, \dot{\hat{\varrho}}{}^W_{SR} = [\hat{V}, \hat{\varrho}^W_{SR}]}$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_w$$

$$\hat{V} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}\, \hat{H}_w\, e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}$$

$$\hat{\varrho}^W_{SR} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}\, \hat{\varrho}_{SR}\, e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}$$

(im folgenden Index W und ^ weglassen)

formales Integrieren liefert

$$\varrho_{SR}(t) = \varrho_{SR}(0) - \frac{i}{\hbar}\int_0^t [V(t'), \varrho_{SR}(t')]\, dt' \qquad (*)$$

$$\underset{\text{iterativ}}{\overset{(*)}{=}} \varrho_{SR}(0) - \frac{i}{\hbar}\int_0^t [V(t'), \varrho_{SR}(0)]\, dt' - \frac{1}{\hbar^2}\left\{\int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' [V(t'), [V(t''), \varrho_{SR}(t'')]]\right\}$$

- Iteration ergibt Potenzreihe in V,
  <u>aber</u> für expon. Zerfall wären unendl. viele Integrationen nötig
  $\Rightarrow$ Abbruch (Störungstheorie 2. Ordnung = <u>Born'sche Näherung</u>)

Differentiation nach t

$$\text{(I)} \quad \dot{\varrho}_{SR}(t) = -\frac{i}{\hbar}[V(t), \varrho_{SR}(0)] - \frac{1}{\hbar^2}\int_0^t dt' [V(t), [V(t'), \varrho_{SR}(t')]]$$

Annahmen: (1) schwache Kopplung $\varrho_{SR} = \varrho_S(t) \otimes \varrho_R(0) + \varrho_c(t)$

(2) Markov-Annahme

- Bad hat viele Freiheitsgrade, also schnelle Dynamik, auf dieser schnellen Zeitskala ändert sich das System langsam (Zeitskalentrennung)

  d.h. Näherung $\varrho_S(t') \longrightarrow \varrho_S(t)$

Partielle Spurbildung über R:

$$\boxed{\dot{\varrho}_S(t) = -\frac{i}{\hbar}\, tr_R\left[V(t), \varrho_S(0) \otimes \varrho_R(0)\right] - \frac{1}{\hbar^2}\, tr_R \int_0^t dt' \left[V(t), \left[V(t'), \varrho_S(t)\right] \otimes \varrho_R(0)\right]}$$

Mastergleichung (Born-Markov-Näherung)

$\Downarrow$

Dgl. 1. Ordnung in ϱ_S

(Kenntnis zum Zeitpunkt $t=0$ reicht, keine Vergangenheit)

$$\boxed{\dot{\varrho}_S = \mathcal{L}\varrho_S}$$ Liouville-Op. $\mathcal{L}$ (Super-Op.)