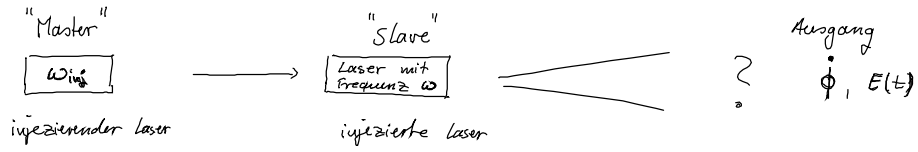


6.2. Laser mit optischer Injektion

Setup



injizierter Laser

$$E_{inj} = \epsilon_{inj} e^{-i\omega_{inj}t}$$

$$= |\epsilon_{inj}| e^{i\phi_{inj}}$$

injizierte Laser

$$E(t) = \tilde{E}(t) e^{-i\omega t}$$

$$E(t) = \epsilon(t) e^{-i\omega_{inj}t}$$

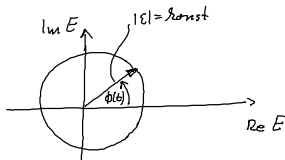
$$= |\epsilon(t)| e^{i\phi(t)}$$

rotating frame des Slave Lasers
" " des Master Lasers

Definition der Phase

6.2.1. Reiner Phasenoszillator

- konstante E-Feld Amplitude $E(t) = |\epsilon| e^{i\phi(t)}$ $|\epsilon| = \text{konst}$
z.B. Pendel mit konstanter Länge



Phase $\phi(t) = \omega t$ bei ungetriebener Oszillation

- Phase ist einzige dynamische Größe

- Optische Injektion

$$\dot{E}(t) = -i\omega E(t) + \frac{|\epsilon_{inj}|}{\tau} e^{i\phi_{inj}}$$

pro Umlauf wird Feld vom Master addiert

τ : Umlaufzeit im Resonator des Slave Lasers

Umformen für Gleichung in $|\epsilon|$ und ϕ :

$$E(t) = \overbrace{|\epsilon(t)|}^{\text{konst.}} e^{i\phi(t)}$$

$$\dot{E}(t) = i\dot{\phi}(t) |\epsilon| e^{i\phi(t)}$$

$$\dot{\phi}(t) = -i \frac{\dot{E}(t)}{|\epsilon|} e^{-i\phi(t)} = -i \frac{\dot{E}(t)}{E(t)}$$

$$\Rightarrow \dot{\phi}(t) = -\omega + \underbrace{\frac{|\epsilon_{inj}|}{|\epsilon| \tau}}_{k} \sin(\phi_{inj} - \phi(t)) \quad | + \omega_{inj}$$

k : Injektionsstärke

$$\dot{(\Delta\phi)} = -\Delta\omega_{inj} - k \sin \Delta\phi \quad *$$

Adler Gleichung [1973]

[hergeleitet aus Phasenkopplung bei Schwingkreisen]

Input Detuning: $\Delta\omega_{inj} = \omega - \omega_{inj}$

Output Detuning:

$$\Delta\phi = \phi - \phi_{inj}$$

$$\dot{\Delta\phi} = \dot{\phi} + \omega_{inj}$$

$$\hat{=} \quad (\text{da } \phi_{inj}(t) = -i\omega_{inj}t)$$

Phasendynamik im rotierenden frame des Master-Lasers

Fixpunkte von $*$, also $\Delta\phi^*$, sind Lösungen bei dem der Slave Oszillator mit konstanter Frequenz (mit ω_{inj}) oszilliert.

→ seine Frequenz ist gelockt auf die Master-Frequenz

"Frequency Locking"

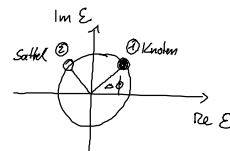
• Lösungen existieren nur für $\left| \frac{\Delta\omega_{inj}}{k} \right| \leq 1$

↳ Locking Bereich

• 2 Lösungen

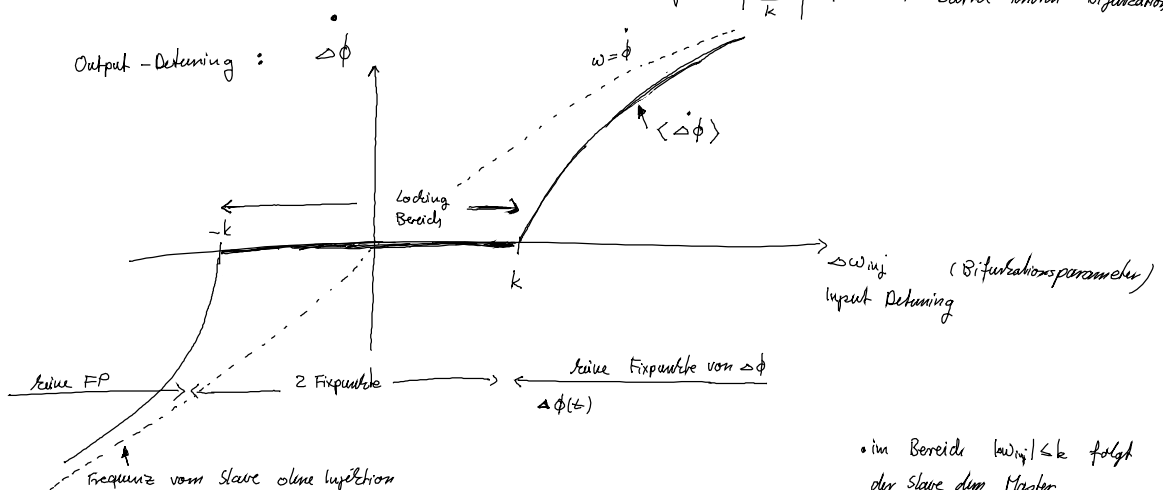
$$\textcircled{1} \quad \Delta\phi_{\textcircled{1}}^* = \arcsin \frac{-\Delta\omega_{inj}}{k}$$

$$\textcircled{2} \quad \Delta\phi_{\textcircled{2}}^* = \pi - \arcsin \frac{-\Delta\omega_{inj}}{k}$$



$$[E = \epsilon e^{-i\omega_{inj}t}]$$

falls $\left| \frac{\Delta\omega_{inj}}{k} \right| = 1 \Rightarrow$ Sattel-Knoten Bifurkation



• im Bereich $|\Delta\omega_{inj}| \leq k$ folgt der Slave dem Master und es gibt 2 Fixpunkte

Frage: Dynamik außerhalb von $|\Delta\omega_{inj}| \leq k$?

Mittlere Frequenz $\langle \dot{\Delta\phi} \rangle = \frac{2\pi}{T}$

Ausgangspunkt ist die Adlergleichung.

$$T = \int_0^T dt$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{dt}{d\Delta\phi} d\Delta\phi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{-\Delta\omega_{inj} - k \sin \Delta\phi} d\Delta\phi$$

$$= \frac{2\pi}{\sqrt{\Delta\omega_{inj}^2 - k^2}}$$

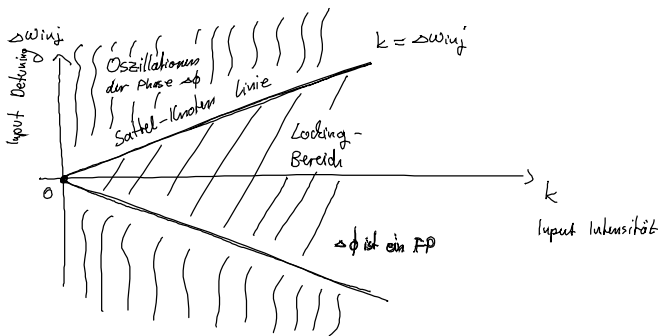
$$\dot{\Delta\phi} = \frac{d\Delta\phi}{dt} = -\Delta\omega_{inj} - k \cdot \sin \Delta\phi$$

• bei $|\Delta\omega_{inj}| = k$ divergiert die Periode (kritische Verlangsamung)
 → charakteristisch für SN-Bifurkation

• $\Delta\omega_{inj} \gg k \rightarrow T \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega_{inj}}$ $\Delta\omega_{inj} = \omega - \omega_{inj}$

$$\frac{2\pi}{T} = \langle \dot{\Delta\phi} \rangle = \dot{\phi} + \omega_{inj}$$

2 Parameter - Bifurkationsdiagramm der Adler Gleichg.



6.2.2. Class A Laser mit Injektion

≙ kein reiner Phasenzillator, sondern Dynamik von Amplitude & Phase möglich

$$\dot{E}(t) = \underbrace{-i\omega E(t)}_{\text{freier Oszillator}} + \underbrace{\frac{1}{2} E(t) \left(\frac{P}{1 + |E(t)|^2} - 1 \right)}_{\text{Class A}} + \underbrace{\frac{|E_{inj}|}{\tau} e^{i\phi_{inj}}}_{\text{injektion}}$$

Ansatz: $E(t) = \mathcal{E}(t) e^{-i\omega_{inj} t} = A(t) e^{i\phi(t)} e^{i\omega_{inj} t} e^{-i\omega_{inj} t}$

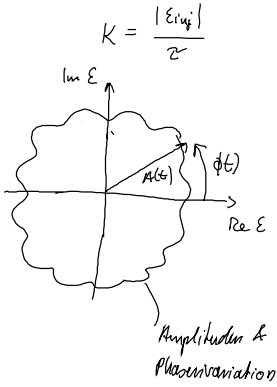
↑
 nicht konstante komplexe Größe
 (im rotierenden frame des Master Lasers)

↑
 reelle Größe $A(t) = |E(t)|$

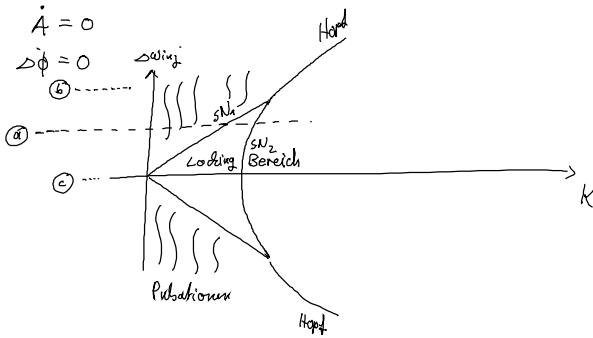
$$\Rightarrow E(t) = A(t) e^{i(\phi(t) + \omega_{inj} t)} = A(t) e^{i\Delta\phi}$$

$$\dot{A}(t) = \frac{1}{2} A(t) \left(\frac{P}{1 + A(t)^2} - 1 \right) + K \cos \Delta\phi(t)$$

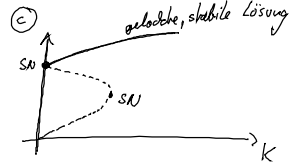
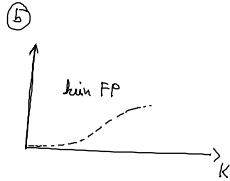
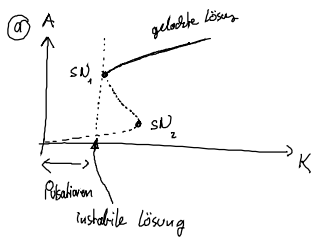
$$\dot{\Delta\phi}(t) = -\Delta\omega_{inj} - \frac{K}{A(t)} \sin \Delta\phi(t)$$



Stationäre Lösungen



• die zusätzliche Amplitudengleichung liefert zusätzliche Hopf und SN Linien



• abhängig von K verändert sich die Zahl der Lösungen

noch zu tun: - Einfluss von Amplitude und Phasen Wechselwirkung ^{alpha-Faktor} auf das Bifurkationsdiagramm
- Einfluss der Ladungsträgerdynamik (Class B Laser) auf die Bifurkationsstruktur