

kritische viskose Kraft:
$$F_{\text{krit}} = \frac{\eta^2}{\rho} \quad (5.16)$$

5.1.5 Reynoldszahl

• NS:
$$\rho \left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \underline{v} \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b} \quad (5.4)$$

mit $a \dots$ charakt. Länge
 $v_0 \dots$ " Geschw.

→ Skalierung auf einheitenlose Größen:

$$\left. \begin{aligned} x &\rightarrow \tilde{x} = x/a \\ \underline{v} &\rightarrow \tilde{\underline{v}} = \underline{v}/v_0 \\ t &\rightarrow \tilde{t} = t / \frac{a}{v_0} \\ p &\rightarrow \tilde{p} = p / \frac{\eta v_0}{a} \\ b &\rightarrow \tilde{b} = b / \frac{v_0^2}{a} \end{aligned} \right\} (5.18)$$

$$\Rightarrow \text{Re} \left(\frac{\partial \tilde{\underline{v}}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{\underline{v}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{\underline{v}} \right) = -\tilde{\nabla} \tilde{p} + \tilde{\nabla}^2 \tilde{\underline{v}} + \text{Re} \tilde{b} \quad (5.19)$$

$$\text{Reynoldszahl } \text{Re} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{viskose Kräfte}} = \frac{\rho a v_0}{\eta} \quad (5.20)$$

$$\left(= \frac{\rho v_0^2 / a}{\eta v_0 / a^2} \right)$$

→ Ähnlichkeitsprinzip: Systeme mit gleichen Re verhalten sich gleich ($\underline{b}=0$)

• $\text{Re} < 1 \dots$ laminar, schieblicher Fluß; Reibung dominiert
 $(\rho \underline{v} \cdot \nabla \underline{v} \ll \eta \nabla^2 \underline{v})$

$\text{Re} > 1 \dots$ Turbulenz, Trägheit dominiert

• Abgang zur Turbulenz: real

$$\begin{array}{c} \text{Re} = 3 \\ \vdots \end{array}$$

$$\text{Re} = 1000$$

• $\text{Re} \leftrightarrow F_{\text{hit}}$: Konsistenz?

$$\text{Re} < 1: \frac{F_{\text{vis}} \sim \eta a v_0}{F_{\text{hit}} \sim \frac{\rho a v_0^2}{2}} \stackrel{\rho a v_0}{\sim} \text{Re} ! \quad \text{Re} > 1: \frac{F_{\text{t}} \sim \rho \frac{v_0^2}{a} a^3}{F_{\text{hit}} \sim \frac{\eta^2}{\rho} \frac{\rho^2 v_0^2 a^2}{\eta^2}} = \text{Re}^2$$

• Bsp: 30m Wal, $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{Re} = 3 \cdot 10^8$
 1µm Bakterium, $v_0 = \frac{30 \mu\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{Re} = 3 \cdot 10^{-5} \ll 1$

5.1.6 Zeitumkehr \leftrightarrow Dissipation

• Newton in $\frac{d^2 x}{dt^2} = F(x)$ $x(t)$ Lsg. $\rightarrow x(-t)$ Lsg.
 $\hat{=}$ Zeitumkehrinvarianz!



• NS-Gln: Reibsystem: $\eta \nabla^2 \underline{v} \rightarrow -\eta \nabla^2 \underline{v}$... zerstört Zeitumkehrinvarianz
 \leftrightarrow Irreversibilität \leftrightarrow Dissipation

• laminarer Fluss: $\text{Re} \ll 1$: $0 = -\nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$

kinematische Reversibilität $x(t)$ Lsg. falls $\left. \begin{array}{l} p(t) \rightarrow -p(t) \\ \underline{b}(t) \rightarrow -\underline{b}(t) \end{array} \right\}$ Vgl. 5.1.3

• weitere Bsp: (1) $\frac{\partial c}{\partial t} - D \nabla^2 c = 0$, $c(x, -t)$ keine Lösung

(2) elastischer Festkörper: \underline{u} ... Verschiebungsfeld

$$\rho \frac{d^2 \underline{u}}{dt^2} = \underbrace{\mu \nabla^2 \underline{u}}_{\text{Schermodul}} + \underbrace{(\lambda + \mu) \text{grad div } \underline{u}}_{\text{Kompression}}$$

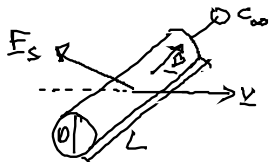
... Zeitumkehrinvarianz!

(3) allg: Viskoelastizität Bsp. Blut!

5.2 Sedimentation

5.3 Biologische Anwendungen

- Organismen in H_2O : Fortbewegung \leftrightarrow periodische, nichtresiproke Gestaltänderung
- resiproke Paddelbewegung \leftrightarrow keine Fortbewegung
- Einchluss Stokes'sche Reibung eines Zylinders



$\frac{L}{D}$ Aspektverhältnis

i.a. $\underline{F}^s \parallel \underline{v}$:

$$\underline{F}_i^s = \beta_{ij} v_j \quad (S.24)$$

β_{ij} ... Reibungskoeffizient

hier: in variant unter c_∞ & Spiegelungen

$$\Rightarrow \beta_{ij} = \beta_{\parallel} \hat{v}_i \hat{v}_j + \beta_{\perp} (\delta_{ij} - \hat{v}_i \hat{v}_j) = \frac{\beta_{\parallel}}{\beta_{\perp}} \begin{pmatrix} \beta_{\perp} & 0 \\ 0 & \beta_{\parallel} \end{pmatrix}$$

$\hat{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\underline{F}_s, \underline{v} \parallel \hat{v}$

$\underline{F}_s, \underline{v} \perp \hat{v}$

Bsp: $\frac{\beta_{\perp}}{\beta_{\parallel}} = \begin{cases} \frac{2}{3} \frac{\beta_{\perp}}{\beta_{\parallel}} & \frac{L}{D} \approx 20 \\ \frac{1}{2} \frac{\beta_{\perp}}{\beta_{\parallel}} & \frac{L}{D} \rightarrow \infty \end{cases}$

