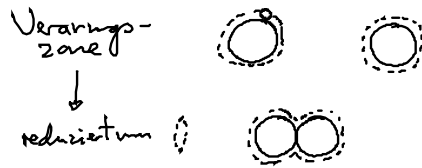
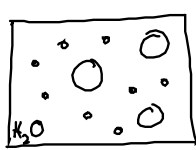


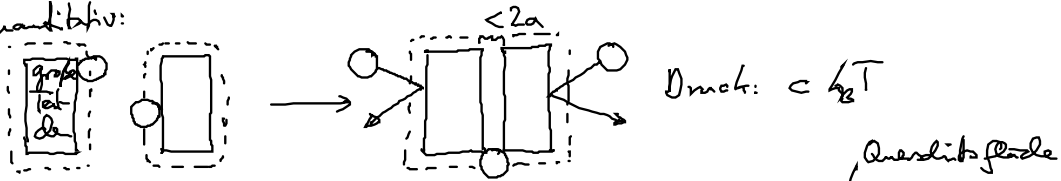
7.2 Verarmungskräfte



→ mehr Raum für $\sigma \hat{=} ST$ → anziehende Ww der \bigcirc mit Reichweite $2a$

Unordg → Selbstorganisation

• quantitativ:



Abnahme freie Energie: $\Delta F = -p \Delta V = -c \frac{1}{2} T \times 2a A$

pro Fläche: $\frac{\Delta F}{A} = -c \frac{1}{2} T \times 2a$ (7.4)

• Asakura & Osawa (1958):

R ... Radius großes Teilchen
 c ... Konz. kleiner "

→ $\frac{\Delta F}{\frac{1}{2} T} = -4\pi c a^2 (R + \frac{1}{3} a)$ (7.5)

Abstrakt: $R = 1 \mu m$ $a = 10 nm$

$p_{osm} = 300 Pa$

→ $\Delta F = 100 \frac{1}{2} T$

• Anwendung: Zelle: Hierarchie von Objekten: Ribosomen → ... → Zuder, Ionen
 ⇒ "molecular crowding"

7.3 Osmotischer Fluß

• Erklärung: Druckgefälle nahe der Membran

7.3.1 Osmotische Kraft: Mechanistische Interpretation

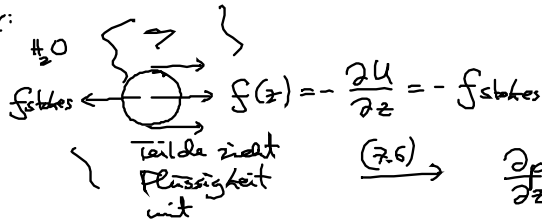
• Behälter: Semipermeable Membran

↳ Potential $U(z)$ für gelöste Teilchen

• Hydrostatik für Lsg. mittel (H_2O): $\nabla p = \frac{1}{2} \rho(z)$ (7.6)

↑ Kraftdichte auf Flüssigkeit
 (Bsp. Gravitation)

hier:



$$(7.6) \rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = c(z) f(z) \quad (7.7)$$

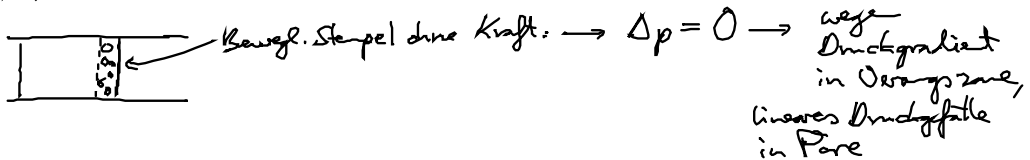
Kraft auf Teilchen \rightarrow Druckgradient

$$\text{mit } c(z) f(z) = c_0 e^{-\frac{u(z)}{k_B T}} \left(-\frac{\partial u}{\partial z} \right) = k_B T \frac{\partial}{\partial z} \left(c_0 e^{-\frac{u(z)}{k_B T}} \right)$$

$$(7.7) \rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = k_B T \frac{\partial c}{\partial z} \Rightarrow \boxed{\Delta p = k_B T \Delta c} \quad (7.8) \dots \text{van't Hoff Relation}$$

7.3.2 Osmotischer Fluß

• vgl. osmotische Maschine (1.2.1)



\Rightarrow Vol. fluß von H_2O durch semipermeable Membran:

$$\text{zusätzlich} \quad \left. \begin{array}{l} (1) \quad j_v = \tilde{D} \Delta c \\ (2) \quad j_v = -L_p \Delta p \dots \text{and für reines } H_2O \\ \text{Darcy Gesetz} \quad \text{Filtrationskoeffizient} \end{array} \right\} \begin{array}{l} j_v = \tilde{D} \Delta c - L_p \Delta p \\ j_v = 0 \text{ für } \Delta p = \tilde{D} \Delta c \\ \Rightarrow \tilde{D} = L_p k_B T \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{j_v = -L_p (\Delta p - \Delta c k_B T)} \quad (7.9)$$

(i) $\tilde{D} = L_p k_B T$ (7.10) vgl. Einstein Rel: $D = \frac{k_B T}{\gamma}$

(ii) $\Delta p > \Delta c k_B T \rightarrow j_v < 0 \dots$ inverse Osmose

• Verallgemeinerung: gelöster Stoff diffundiert durch Membran: $j_s \dots$ Teilchenstrom

$$\begin{pmatrix} j_v \\ j_s \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta p \\ \Delta c \end{pmatrix} \quad (7.10)$$

$P_{11} = L_p$, $P_{12} = -L_p k_B T \dots$ osmot. Fluß aufgrund Konz. gefälles

$P_{22} = P_s \dots$ Permeabilität (vgl. 4.4)

$P_{21} \dots$ Teilchenfluss durch Reibung mit Lsg. mittel

Onsager:
$$P_{21} = \bar{c} \left(\frac{P_{12}}{k_B T} + L_p \right) \quad \text{o.B.}$$
 mit H.P. Konz.

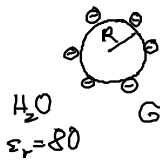
(allgemein: $P_{12} \neq -L_p k_B T$)

7.4 Repulsive, elektrostatische WW

• Born - Selbstenergie \leftrightarrow therm. Energie

$$E(R) = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_r\epsilon_0 R} \quad (7.12)$$

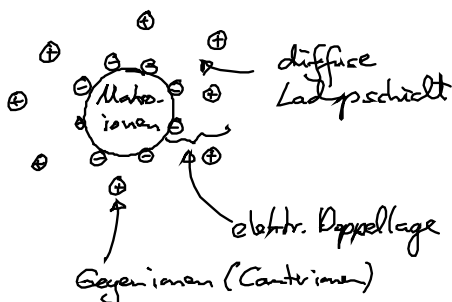
mit $G = \frac{-1e}{10\text{nm}}, \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} \text{ Jm}$



$G \rightarrow q = 4\pi R^2 G$

R	1mm	1µm	1nm
E(R)	10^{-3} J	10^{-12} J	$10^{-21} \text{ J} \sim k_B T$

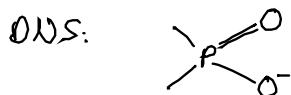
\Rightarrow Kolloid-Teilchen in H_2O : pot. Energie neutral \leftrightarrow Entropie geladene



⊖ ... Kationen: Säuregruppe Cl^-
 ⊕ ... Anionen: H^+, Na^+, K^+

\rightarrow elektrost. WW: Vakuum weitreichend
 Lösung: abgeschirmt, endl. Reichweite

• Bsp: Bio-Makromoleküle, Biomembran



(i) Stabilisierung von Kolloidsuspensionen
 " " Makromoleküle in Zelle

(ii) stereospezifische Bindung von Makromolekülen (Enzym & Rezeptor)
 \cong molekulare Erkennung

(iii) Gen-Therapie: Zelle DNS

• Bjerrum Länge: $\lambda_B = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r k_B T}$ (7.13)

Bsp. H_2O : $\lambda_B = 0,71 \text{ nm}$