Bogensekunde $= 1^\circ / 60 * 60$

7. Nichtinertialsysteme

- Inertialsystem (IS): $\underline{r}$, Newton: $m\ddot{\underline{r}} = \underbrace{\underline{F}}_{\text{physikal. Gesamtkraft}}$ (7.1)

Kap. 1.4: $IS \to IS'$: $\underline{r}' = \underline{r} - \underline{v}t \longrightarrow \ddot{\underline{r}}' = \ddot{\underline{r}}$!

- Nichtinertialsystem (KS'): $\underline{r}'$, $\ddot{\underline{r}}' + \underbrace{\underline{b}_0}_{\text{Beschl. von KS' relativ zu IS}} = \ddot{\underline{r}}$ (7.2)

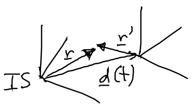
Bew.gl.? (7.2) in (7.1): $m\ddot{\underline{r}}' + m\underline{b}_0 = \underbrace{\underline{F}'}_{\text{physikal. Gesamtkraft in KS'}}$

$\longrightarrow$ $\boxed{m\ddot{\underline{r}}' = \underline{F}' + \underline{F}_S' \,, \quad \underline{F}_S' = -m\underline{b}_0 \text{ ... Scheinkraft}}$ (7.3)

... „Newton mit Scheinkraft"

7.1 Linear beschleunigte BS

- Geometrie



$\underline{d}(t) = \frac{t^2}{2}\underline{b}_0$

denn: $\underline{r}' + \underline{d}(t) = \underline{r}$

$\longrightarrow \ddot{\underline{r}}' + \underline{b}_0 = \ddot{\underline{r}}$

- Bsp: 1. ruhender Körper ($\ddot{\underline{r}}' = 0$) in KS': frei fallender Fahrstuhl: $\underline{b}_0 = \underline{g}$

$(7.3) \longrightarrow \left.\begin{array}{l} \underline{F}' = m\underline{g} \text{ ... Gewichtskraft} \\ \underline{F}_S' = -m\underline{g} \text{ ... Scheinkraft} \end{array}\right\} \ddot{\underline{r}}' = 0$!

[vgl. Kap. 1.3: freie Fall eliminiert Gewkraft

$\longleftrightarrow$ ART: schwaches Äquivalenzprinzip: $m_s = m$

$\longrightarrow$ Gravitation $\equiv$ beschleunigten BS]

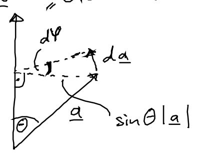
2. Fahrer im bremsenden Auto ($\underline{b}_0$), ohne Gurt: $\underline{F}' = 0$

$\xrightarrow{(7.3)} \quad m\ddot{\underline{r}}' = \underline{F}_S' = -m\underline{b}_0 \longrightarrow$ „Windschutzscheibe"

7.2 Rotierende BS

a) Winkelgeschwindigkeit

- Def: $\underline{\omega}$ „Drehachse"



$\underline{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}\underline{e}_\omega$ (7.4) $|\underline{e}_\omega| = 1$

... Winkelgeschw.

• bel. Vektor:

$$\left.\begin{array}{l} d\underline{a} \perp \underline{a}, \underline{\omega} \\ |d\underline{a}| = \sin\theta |\underline{a}| d\varphi \end{array}\right\} \quad d\underline{a} = \underbrace{d\varphi}_{\underset{(7.4)}{\underline{\omega}\,dt}} \overbrace{\underline{e}_\omega \times \underline{a}}^{\parallel d\underline{a},\ \text{Betrag } \sin\theta|\underline{a}|} \xrightarrow{\frac{1}{dt}} \boxed{\frac{d\underline{a}}{dt} = \underline{\omega} \times \underline{a}} \quad (7.5)$$

• Bsp: $\underline{a} = \underline{r} \longrightarrow \boxed{\underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt} = \underline{\omega} \times \underline{r}} \quad (7.6)$

• Bemerkungen:

(i) polare Vektoren $\underline{a}, \frac{d\underline{a}}{dt} \xrightarrow{(7.5)} \underline{\omega}$ ... Pseudovektor

[$\longrightarrow -\underline{a}, -\frac{d\underline{a}}{dt}$ bei Pkt. spiegelg am Ursprung] $\quad \longrightarrow \underline{\omega}$ bei Pkt. spiegelg!

(ii) $\underline{\omega}_1 + \underline{\omega}_2 = \underline{\omega}_2 + \underline{\omega}_1$! [s. (7.5)]

(iii) Drehungen: $\underline{\underline{D}}(\underline{\varphi}) \qquad \underline{\varphi} = \varphi\,\underline{e}$

(1) $\underline{\underline{D}}(\underline{\varphi}_1)\underline{\underline{D}}(\underline{\varphi}_2) \neq \underline{\underline{D}}(\underline{\varphi}_2)\underline{\underline{D}}(\underline{\varphi}_1)$

(2) $\underline{\varphi} \rightarrow d\underline{\varphi}$ mit $|d\underline{\varphi}| \ll 1$

$$\underline{\underline{D}}(d\underline{\varphi})\,\underline{a} = \underline{a} + d\underline{a} \underset{(7.5)}{=} (\underline{\underline{1}} + d\underline{\varphi}\times)\,\underline{a}$$

$$\longrightarrow \boxed{\underline{\underline{D}}(d\underline{\varphi}) \approx \underline{\underline{1}} + d\underline{\varphi}\times} \quad (7.7)$$

(3) $\underline{\underline{D}}(\underline{\varphi})$?

$$\boxed{\underline{\underline{D}}(\underline{\varphi}) = \left(\underline{\underline{1}} + \frac{\underline{\varphi}}{n}\times\right)^n \overset{n\to\infty}{:=} e^{\underline{\varphi}\times} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}(\underline{\varphi}\times)^n}$$

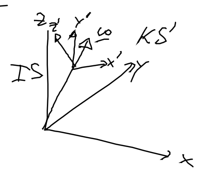
... „n mal Rotation um $\underline{e}$ um $d\varphi = \frac{\varphi}{n}$"

NB: $\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \xrightarrow{n\to\infty} e^x$

$\longrightarrow$ Lie-Gruppen-Darstellung der Drehungen

b) rotierende BS

• Geometrie:



• Vektor $\underline{a}(t)$: $\quad d\underline{a}_{IS} = d\underline{a}_{KS'} + \underline{\omega}\,dt \times \underline{a} \quad (7.8)$

$$\frac{(7.8)}{dt} \longrightarrow \boxed{\left(\frac{d\underline{a}}{dt}\right)_{IS} = \left(\frac{d\underline{a}}{dt}\right)_{KS'} + \underline{\omega}\times\underline{a}} \qquad (7.10)$$

• „Zeitoperator" $\longrightarrow \boxed{\left(\frac{d}{dt}\right)_{IS} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{KS'} + \underline{\omega}\times} \qquad (7.11)$

• gemeinsamer Ursprung von IS und KS': $\underline{r}(t) = \underline{r}'(t)$

aber: $\dot{\underline{r}} := \left(\frac{d\underline{r}}{dt}\right)_{IS} \neq \dot{\underline{r}}' := \left(\frac{d\underline{r}}{dt}\right)_{KS'} \qquad (7.12)$

• $\boxed{\underline{\omega} = \text{konst.}} \longrightarrow \ddot{\underline{r}} = \left(\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}\right)_{IS} \overset{(7.11)}{=} \left[\left(\frac{d}{dt}\right)_{KS'} + \underline{\omega}\times\right]\left[\left(\frac{d}{dt}\right)_{KS'} + \underline{\omega}\times\right]\underline{r}$

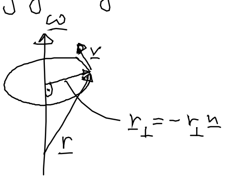
$\underline{r} = \underline{r}'$

$$= \ddot{\underline{r}}' + \underbrace{2\underline{\omega}\times\dot{\underline{r}}' + \underline{\omega}\times(\underline{\omega}\times\underline{r})}_{b_0}$$

• IS: $m\ddot{\underline{r}} = \underline{F}$

$\longrightarrow$ Bew.gl. in KS': $\boxed{\begin{array}{l} m\ddot{\underline{r}}' = \underline{F}' + \underline{F}_s' \\ \text{mit } \underline{F}_s' = \underbrace{-2m\,\underline{\omega}\times\dot{\underline{r}}'}_{\text{Corioliskraft}} \underbrace{- m\underline{\omega}\times(\underline{\omega}\times\underline{r})}_{\text{Zentrifugalkraft}} \end{array}} \qquad (7.14)$

• Zentrifugalkraft:

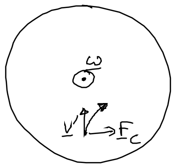


$$\longrightarrow -m\,\underline{\omega}\times(\underline{\omega}\times\underline{r}) = -m\,\underline{\omega}\times\underline{v}$$

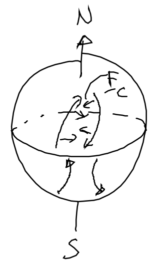
$$\underset{\omega = \frac{v}{r_\perp}}{=} \underbrace{m\frac{v^2}{r_\perp}\underbrace{\frac{\underline{r}_\perp}{r_\perp}}_{-\underline{n}}}_{\substack{\text{entgegengesetzt zur} \\ \text{Zentripetalbeschl.}}} \underset{v=\omega r_\perp}{=} -\omega^2 r_\perp \underline{n}$$

… Massenkörper wird radial nach außen getrieben

• Corioliskraft: falls $\dot{\underline{r}}' = \underline{v}' \neq 0$



Erde



Bewegung auf $\left.\begin{array}{l}\text{Nord}\\ \text{Süd}\end{array}\right\}$ halbkugel: $\left.\begin{array}{l}\text{„Rechts}\\ \text{„Links}\end{array}\right\}$ abweichung"

Meteorologie: $\left.\begin{array}{l}\text{NO}\\ \text{SO}\end{array}\right\}$ Passate (Winde zum Äquator)

Unterspülung des $\left.\begin{array}{l}\text{rechten}\\ \text{linken}\end{array}\right\}$ Ufers (in Flußrichtung)

II. Newtonsche Mechanik für Vielteilchen-Systeme

- System von N Massepunkte

  Zustandsraum: Raum der 3N Ortskoordinaten

- Bsp: Zweikörperproblem (→ Kap. 6, 9)

  Stoßprozesse (→ Kap. 9)

  starrer Körper (→ Kap. 10)

  schwingende, gekoppelte Massepkte (→ Kap. 11)

- mechanische Freiheitsgrade f: beschreiben Lage der N Massepkte eindeutig

$$\boxed{f = 3N - Z}$$

Zahl der Zwangsbedingungen

Bsp:

$f = 6$

$f = 6 - 1 = 5$