

I. Newtonsche Mechanik für Einteilensysteme

1. Grundprinzipien und Erläuterungen

1.1. Fundamentale Annahmen:

1.2. Kinematik eines Massenpunktes

- Sommerfeld: „Die Kinematik behandelt die Geometrie der Bewegung ohne Rücksicht auf deren physikal. Realisierung“
- Massenpkt.: idealisiertes Objekt, ohne Ausdehnung, aber mit Masse
real: Ausdehnung $\ll$ typische Längenskala im System

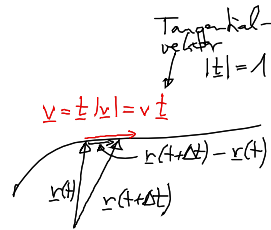
Bsp: Planeten im Sonnensystem, Galaxien im Galaxienhaufen, Atome im Gas, etc...

a) Geschwindigkeit

Bahnkurve $\underline{r}(t)$

$$\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}}{dt} = \dot{\underline{r}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\underline{r}(t+\Delta t) - \underline{r}(t)}{\Delta t} \quad (1.1)$$

... Tangentialvektor an $\underline{r}(t)$



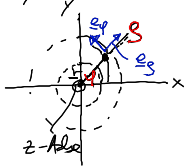
NB: Bogenlänge s : zurückgelegte Weglänge

$$v = |\underline{v}| = \frac{ds}{dt} \longrightarrow s = \int_0^t \frac{v(t')}{ds} dt' \quad \dots \text{„zurückgelegter Weg in Zeit t“}$$

• Kartes. Koord.:

$$\underline{v}(t) = \dot{x} \underline{e}_x + \dot{y} \underline{e}_y + \dot{z} \underline{e}_z = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

• Zylinderkoord.:



$$\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}}{dt} \stackrel{\text{Kettenregel}}{=} \frac{\partial \underline{r}}{\partial s} \dot{s} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial z} \dot{z}$$

$$\underline{r} = \underline{r}(s(t), \varphi(t), z(t))$$

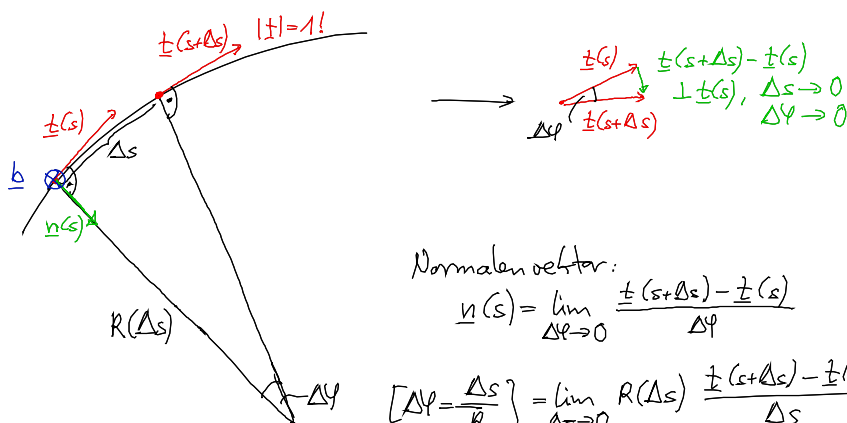
$$\underline{v}(t) = \underbrace{\dot{s} \underline{e}_s}_{\text{radiale Geschw.}} + \underbrace{s \dot{\varphi} \underline{e}_\varphi}_{\text{azimutale Geschw.}} + \underbrace{\dot{z} \underline{e}_z}_{\text{axiale Geschw.}} \quad (1.4)$$

b) Beschleunigung

• $\underline{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 \underline{r}}{dt^2}$ (1.5) ... „acceleration“

• Zerlegung von $\underline{a}$ nach „natürlichen“ Komponenten

Bahnkurve: $\underline{r}(s)$, Tangentialvektor $\underline{t} = \frac{d\underline{r}}{ds}$ mit $|\underline{t}|=1$ (MMP: 5.3)



Normalenvektor:

$$\underline{n}(s) = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\underline{t}(s+\Delta s) - \underline{t}(s)}{\Delta\varphi}$$

$$[\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R}] = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} R(\Delta s) \frac{\underline{t}(s+\Delta s) - \underline{t}(s)}{\Delta s}$$

$$\rightarrow \underline{n}(s) = R \frac{d\underline{t}}{ds} \quad \text{mit} \quad \frac{1}{R} = \left| \frac{d\underline{t}}{ds} \right| \quad (1.6)$$

... Krümmung der Bahnkurve

R ... Krümmungsradius

→ begleitendes Dreiein: für Masse φ t

$$\underline{t}, \underline{n}, \text{ Binormalenvektor: } \underline{b} = \underline{t} \times \underline{n} \quad (1.7)$$

$$|\underline{t}| = |\underline{n}| = |\underline{b}| = 1 \rightarrow \text{lokale ONB!}$$

• $\underline{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(v\underline{t}) = \frac{dv}{dt}\underline{t} + v \frac{d\underline{t}}{dt} = \frac{dv}{dt}\underline{t} + v \underbrace{\frac{d\underline{t}}{ds} \frac{ds}{dt}}_{\text{Kettenregel}}$

$$(1.6) \Rightarrow \underline{a} = \frac{dv}{dt}\underline{t} + \frac{v^2}{R}\underline{n} \quad (1.8)$$

Tangential-
beschl.

Radialbeschleunigung
= „Zentripetalbeschleunigung“
bei Richtungsänderung!
 $\sim \frac{v^2}{R}$

• Anwendung auf Helixbahn → Übungen

1.3 Newtonsche Axiome

→ folie