Theoretische Physik III (Bsc): Elektrodynamik

WS 2019/20
Kathy Lüdge

VL: Mi $12^{15} - 13^{45}$
Fr $8^{30} - 10^{00}$

Übung: Anmeldung bis Heute 18^{00} https://moseskonto.tu-berlin.de

Zettelausgabe: Freitag in der VL
Abgabe: Mittwoch in den Briefkasten (1.5 Wochen später) bis 12:00

Inhalt: Theorie el.-magn. Vorgänge incl. Optik

- Edyn. im Vakuum (Maxwell Gl.)
- Edyn. in Materie (Dispersion)
- Relativistische Formulierung (vereinheitl. Formalismus)

Handwerkszeug:
1. Vektoranalysis
2. Differentialrechnung (Gradient, Divergenz, Rotation)
3. Integralrechnung
   Satz von Stokes / Gauß

spez. Relativitätstheorie

Klass. Mechanik
- deterministisch
- nicht-relativistisch
- nicht-linear

Quantenfeldtheorie

Quantenmechanik
- probabilistisch
- nicht-relativistisch
- linear

Elektrodynamik
- Feldtheorie (Nahwirkungstheorie)
- rel. invariant
- linear (im Vakuum)
- lokal (im Vakuum)

- 4 fundamentale Wechselwirkungen

Faktor 10^{42} Stärke nimmt zu $\Downarrow$

Gravitations WW (Masse)
elektromagnetische WW (Ladungen) } unendliche Reichweite

schwache WW (β-Zerfall)
starke WW (Kernkräfte) } endliche Reichweite

<u>Historisch</u>

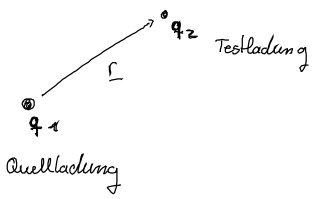
- zunächst stückweise entwickelt um 1830 — Franklin, Coulomb, Ampère, Faraday

- Vereinheitlichung der Theorie 1873 (Maxwell)
- Nachweis der elektromagn. Felder 1888 (H. Hertz)

<u>Erweiterungen</u>
- Quantenelektrodynamik
- elektroschwache WW (1970)
- Grand Unified Theory (GUT) ?

1. Elektrostatik

1.1. Coulomb Gesetz (1785 – 91)



Kraft auf Punktladung q_2 bei $\underline{r}$

$$\underline{F} = q_2\, \underline{E}(\underline{r})$$

Coulomb Gesetz

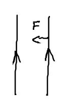
$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\underline{r}}{r^3}$$

(i) Einheitensystem : SI (Système International d'Unités)
MKSA (m – kg – s – A)

→ Ladungseinheit $1\,C = As$ (C: Coulomb)

→ Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2 s^2}{kg\, m^3}$

stromdurchflossene Drähte



wenn $\frac{\Delta F}{\Delta e} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{N}{m}$

$1A = \frac{C}{s}$

dann fließt durch beide Drähte 1A

früher Gauß-System $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 1$

Ladungen ● $\xleftrightarrow{1\,\text{cm}}$ ● wenn Kraft von 10^{-5} N wirkt dann 1 ESE

$[ESE] = cm^{3/2}\, g^{1/2}$

(ii) Coulomb Gesetz gilt bis zu Abständen von $r > 10^{-13}$ m
danach QM – Korrekturen

(iii) Ladung tritt quantisiert auf $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

(iv) Ausdehnung geladener Elementarteilchen $< 10^{-15}$ m

1.2. Elektrostatisches Feld und Potenzial

El. stat. Potenzial $\quad -\nabla \phi(\underline{r}) = \underline{E}(\underline{r})$

es gilt: $\nabla \frac{1}{r} = -\frac{\underline{r}}{r^3}$ $\quad \longrightarrow \quad \phi(\underline{r}) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$

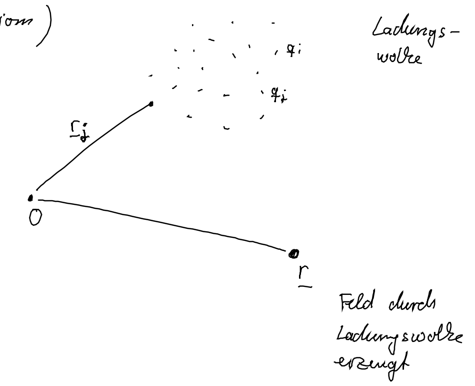
$\left[\; r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \qquad \nabla = \begin{pmatrix} \partial_x \\ \partial_y \\ \partial_z \end{pmatrix} \;\right]$

Elektr. Potenzial einer Punktladung im Ursprung

$\left[\text{Einheit } [\phi] = \frac{Nm}{C} = V \qquad 1\,\text{Volt} = 1\,\frac{kg\, m^2}{C\, s^2}\right]$

Superpositionsprinzip für Kräfte (4. Newton'sches Axiom)

$$\Rightarrow \underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{N} q_j \frac{\underline{r} - \underline{r}_j}{|\underline{r} - \underline{r}_j|^3}$$



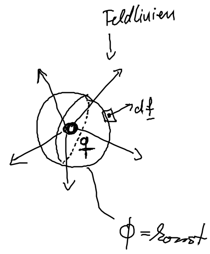
kontinuierliche Ladungsverteilung $\quad dq = \rho(\underline{r}')\, d^3r'$

Ladungsdichte

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3r'\, \rho(\underline{r}')\, \frac{(\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

Elektrostatisches Potenzial $\quad \phi(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3r' \frac{\rho(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$

Quellen des elektrischen Feldes?



Elektrischer Kraftfluss durch geschlossene Oberfläche S?

$$\oint_{S=\partial V} d\underline{f} \cdot \underline{E}(\underline{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint \frac{d\underline{f}\cdot\underline{r}}{r^3}$$

Flächenelement: Kugelkoordinaten

$$d\underline{f} = \underline{e}_\varphi \times \underline{e}_\vartheta \, d\varphi \, d\vartheta \, r^2 \sin\vartheta$$
$$= \underline{e}_r \cdot r^2 \sin\vartheta \, d\varphi \, d\vartheta$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \underbrace{\oint d\varphi \, d\vartheta \sin\vartheta}_{\oint d\Omega = 4\pi}$$

$$= \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_0 \oint_{\partial V} d\underline{f}\, \underline{E}(\underline{r}) = q$$

für kont. Ladungsverteilung

$$\varepsilon_0 \oint_{\partial V} d\underline{f}\, \underline{E}(\underline{r}) = \int_V d^3r' \rho(\underline{r}')$$

Satz von Gauß

$$\oint_{\partial V} d\underline{f}\, \underline{E}(\underline{r}) = \int_V d^3r' \operatorname{div} \underline{E}(\underline{r})$$

V einfach zusammenhängend

mit Satz von Gauß

$$\Rightarrow \int_V d^3r' \varepsilon_0 \operatorname{div} \underline{E}(\underline{r}') = \int_V d^3r' \rho(\underline{r}')$$

$$\boxed{\varepsilon_0 \operatorname{div} \underline{E}(\underline{r}) = \rho(r)}$$

differenzielle Form des Coulombs Gesetzes: Gauß'sches Gesetz

$\hat{=}$ Die elektrischen Ladungen sind Quellen des el. Feldes

Wirbel des elektrischen Feldes? E-Feld ist wirbelfrei (im statischen Fall)

[mit Satz von Stokes]
(ii) → (iv)

$$\oint_{\partial F} \underline{E}\, d\underline{s} = \int_F \mathrm{rot}\, \underline{E}\, d\underline{f}$$

(i) $\underline{E}(\underline{r}) = -\nabla \phi(\underline{r})$

$\Updownarrow$

(ii) $\mathrm{rot}\, \underline{E}(\underline{r}) = 0$

$\Updownarrow$

(iii) $\int_1^2 \underline{E}\, d\underline{s}$ "wegunabhängig"

$\Updownarrow$

(iv) $\oint \underline{E}\, d\underline{s} = 0$

- Feldgleichungen der Elektrostatik (lokal und in diff. Form

$$\boxed{\begin{aligned} \mathrm{rot}\, \underline{E} &= 0 \\ \varepsilon_0\, \mathrm{div}\, \underline{E} &= \rho \end{aligned}}$$

wirbelfrei

Quellen sind die Ladungen

$\Downarrow$ $\underline{E} = -\nabla \phi$

$$\boxed{\Delta \phi = -\frac{1}{\varepsilon_0} \rho(r)}$$

Poisson - Gleichung

Grundaufgabe der Elektrostatik: Lösung der Poissongleichung für gegebene Ladungsverteilungen.