English Summary:

<u>Magnetic multipoles</u>

monopole $\quad A^{(0)} = \frac{\mu_0}{4\pi r}\int_{\mathbb{R}^3} d^3r'\,\underline{j}(\underline{r}') \equiv 0$

dipole $\quad \underline{A}^{(1)} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\,\underline{m}\times\underline{r}\,, \quad \underline{m} := \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^3} d^3r'\,(\underline{r}'\times\underline{j}(\underline{r}'))$ magn. dipole moment

pot. energy $\quad V = -\underline{m}\cdot\underline{B}(\underline{r}) \qquad \underline{m} = \frac{q}{2m}\underline{L}$ ($\underline{L}$ orbital angular momentum)

Law of induction: $-U_{ind} = \oint \underline{E}\cdot d\underline{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\Phi\,,\quad \Phi := \int \underline{B}\cdot d\underline{f} = \oint \underline{A}\cdot d\underline{s}$ magn. flux

$$\oint_{\partial F} \underline{E}\cdot d\underline{s} \overset{\text{Stokes}}{=} \int_F \operatorname{rot}\underline{E}\cdot d\underline{f} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \underline{B}\cdot d\underline{f}$$

Im Ruhsystem des Leiters (F fest) gilt:

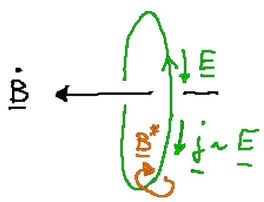
$$\int_F d\underline{f}\left(\operatorname{rot}\underline{E} + \frac{\partial}{\partial t}\underline{B}\right) = 0 \quad \text{für beliebige Fläche } F$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\operatorname{rot}\underline{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\underline{B}}$$

differentielle Form des Induktionsgesetzes

Für nichtstationäre Vorgänge ist $\underline{E}$ ein Wirbelfeld!

<u>Lenz'sche Regel</u>:



$\dot{\underline{B}} \Rightarrow \underline{E}$ induziert $(\operatorname{rot}\underline{E} = -\dot{\underline{B}})$

$\underline{E} \Rightarrow$ Ladungsbewegung $\Rightarrow \underline{j}\sim\underline{E}$

$\dot{\underline{j}} \Rightarrow \underline{B}^*$ erzeugt $\left(\frac{1}{\mu_0}\operatorname{rot}\underline{B}^* = \underline{j}\right)$

Also: $\underline{B}^*$ ist $\dot{\underline{B}}$ <u>entgegengerichtet</u>!

3.2 Maxwell-gleichungen im Vakuum

Bisher: $\quad \epsilon_0 \operatorname{div}\underline{E} = \varrho \quad$ (Gauss / Coulomb) $\quad$ El. statik

$\operatorname{div}\underline{B} = 0$

$\operatorname{rot}\underline{E} = -\dot{\underline{B}} \quad$ (Faraday) $\quad$ Induktionsgesetz

$\operatorname{rot}\underline{B} = \mu_0\underline{j} \quad$ (Ampère) $\quad$ Magnetostatik

Maxwell's Ergänzung des Ampère'schen Durchflutungsgesetz für nichtstationäre Vorgänge:

Aus $\mu_0 \,\mathrm{div}\,\underline{j} = \mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\underline{B} = \underline{\nabla}\cdot(\underline{\nabla}\times\underline{B}) \equiv 0$

folgt ein <u>Widerspruch zur Kontinuitätsgleichung</u> für Ladung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{\nabla}\cdot\underline{j} = 0$$

<u>Ansatz</u>: $\mathrm{rot}\,\underline{B} = \mu_0(\underline{j} + \underline{j}_0)$

$$\text{mit } \mathrm{div}\,\underline{j}_0 = \frac{1}{\mu_0}\underbrace{\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\underline{B}}_{0} - \mathrm{div}\,\underline{j} \overset{\text{Kontin.gl.}}{=} \frac{\partial\rho}{\partial t} = \epsilon_0\,\mathrm{div}\,\dot{\underline{E}}$$

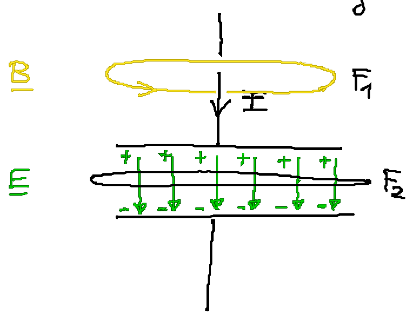
Setze also

$$\boxed{\frac{1}{\mu_0}\,\mathrm{rot}\,\underline{B} = \underline{j} + \epsilon_0\dot{\underline{E}}}$$

$\underline{j}$: Leitungsstromdichte (Konvektion)

$\epsilon_0\dot{\underline{E}}$: <u>Maxwell'sche Verschiebungsstromdichte</u>

Veranschaulichung des Verschiebungsstromes:



Aufladen eines Plattenkondensators (nichtstationär)

$$\underbrace{\int_{F_1} \mathrm{rot}\,\underline{B}\cdot d\underline{f}}_{\oint_{\partial F_1} \underline{B}\cdot d\underline{s} = 2\pi r B} = \mu_0 \underbrace{\int_{F_1} \underline{j}\cdot d\underline{f}}_{I}$$

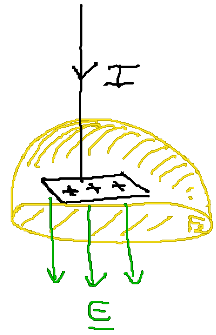
(außerhalb der Platten kein elektr. Feld!)

Ohne den Verschiebungsstrom würde sich $\underline{B}$ beim Übergang von F_1 nach F_2 abrupt auf Null ändern! (Zwischen den Kondensatorplatten kein Strom)

Mit Verschiebungsstrom:

$$\int_{F_2} \operatorname{rot} \underline{B} \cdot d\underline{f} = \mu_0 \epsilon_0 \int_{F_2} \dot{\underline{E}} \cdot d\underline{f} = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\epsilon_0 \int_{F_2} \underline{E} \cdot d\underline{f}}_{Q}$$

(schließe die Fläche F_2 außerhalb des Kondensators)



Wegen der Ladungserhaltung $\frac{\partial Q}{\partial t} = I$ ändert sich B dann stetig:

$$2\pi r B = \mu_0 I = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} Q$$

Vollständige Maxwell-Gleichungen im Vakuum:

Mit den neuen Feldgrößen

$$\underline{D}(\underline{r},t) := \epsilon_0 \underline{E}(\underline{r},t) \quad \text{„dielektrische Verschiebung"}$$

$$\underline{H}(\underline{r},t) := \frac{1}{\mu_0} \underline{B}(\underline{r},t) \quad \text{„Magnetfeld"}$$

ergibt sich die differenzielle Form:

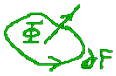
$$\boxed{\begin{array}{ll} \operatorname{rot} \underline{E} + \dot{\underline{B}} & = 0 \\ \operatorname{div} \underline{B} & = 0 \\ \operatorname{div} \underline{D} & = \rho \\ \operatorname{rot} \underline{H} - \dot{\underline{D}} & = \underline{j} \end{array}}$$

} homogene Maxwell-Gln.: Wechselwirkung einer Probeladung mit geg. Feldern $\underline{E}$, $\underline{B}$

} inhomogene Maxwell-Gln.: Erzeugung der Felder $\underline{D}$, $\underline{H}$ durch gegebene Ladungen u. Ströme

Integralform:

$$\oint_{\partial F} \underline{E}\cdot d\underline{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\int_F \underline{B}\cdot d\underline{f}}_{\Phi}$$



Zirkulation des el. Feldes entlang einer geschlossenen Linie = zeitliche Abnahme des eingeschloss. magn. Flusses Φ

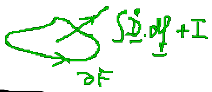
$$\oint_{\partial V} \underline{B}\cdot d\underline{f} = 0$$

Fluss der magn. Induktion durch geschlossene Fläche $(\partial V) = 0$

$$\oint_{\partial V} \underline{D}\cdot d\underline{f} = Q$$

Fluss des el. Feldes durch ∂V = eingeschlossene Ladung Q / ϵ_0

$$\oint_{\partial F} \underline{H}\cdot d\underline{s} = \int_F \dot{\underline{D}}\cdot d\underline{f} + I$$



Zirkulation des magn. Feldes entlang einer geschlossenen Linie = diel. Verschiebungsstrom + Konvektionsstrom I