Theoretische Physik I: Mechanik

Organisatorisches:

VL jeweils Di, Mi um 8^{15} h in EW 201

Übungen: Anmeldung bei Moses bis 18.10. um 18^{00} h

0. Vorbemerkungen

Gegenstand der klassischen Mechanik:

$\Rightarrow$ Analyse von Gesetzmäßigkeiten, nach denen sich "materielle Körper" im Raum und Zeit bewegen ($\Rightarrow$ Bewegungsgleichungen)

materielle Körper ("Massenpunkt"):
zeitlich und räumlich lokalisierbar!

(anders als in der Quantenmechanik:
dort sind Zeit und Ort nicht gleichzeitig messbar)

$\Rightarrow$ man spricht von "klassischen Teilchen"

– Weitere Grundfragen

- Symmetrieprinzipien und ihr Zusammenhang mit Erhaltungssätzen
- Relativitätsprinzipien (Galilei, Einstein)
  $\Rightarrow$ Beschreibung schnell bewegter Körper

– Grundeigenschaften der klassischen Mechanik:

- "kausal" : d.h. Änderungen des Bewegungszustands erfolgen durch Kräfte
  — noch zu spezifizieren
- "deterministisch" : Bewegungszustand eines materiellen Körpers (Ort zu einem Zeitpunkt) oder auch eines Vielteilchensystems aus materiellen Körpern ist aus den Anfangsbedingungen berechenbar

Zur Rolle der klassischen Mechanik in der Theoretischen Physik

- ältestes Teilgebiet (z.B. Newton'sche Gesetze 1687)
- Grundlage für die ganze Theoret. Physik:

– Quantenmechanik (Theo. Phys II, TP): Bewegung in mikroskopischen Dimensionen (Elektronen, Protonen, Quantenpunkte...)
nicht deterministisch, Unschärferelation

– Elektrodynamik (TP III): Dynamik magnetischer und elektrischer Felder, Lichtwellen
Kopplung an Teilchenbewegung: Lorentzkraft

– Statistische Physik, Thermodynamik (TP IV):
  - Physik von Vielteilchensystemen (klassisch oder quantenmechanisch)
  - Verbindung zw. mikroskopischen Bewegungen zu makroskopischen Größen, z.B. Entropie, Druck

Warum ist die Mechanik für diese Gebiete die Grundlage?

- Vermittlung physikalischer Grundbegriffe (Bewegungsgl., Symmetrien ..)
- Formaler Rahmen reicht weit über die Mechanik hinaus!

z.B. Hamiltonformalismus
⟷ Hamiltonoperator in der Quantenmechanik
→ Zustandssumme in der Statistische Physik
(z.B. eines Vielelektronensystems)

Stoff dieser Veranstaltung

I. Newton'sche Mechanik
II. Kanonische Mechanik (Lagrangeformalismus, Hamiltonformalismus, Hamilton-Jakobi-Theorie)
III. Mechanik des starren Körpers
IV: Einführung in die Relativistische Mechanik
(V: Dynamische Systeme)

Literaturvorschläge:

- Goldstein: Klassische Mechanik
- Landau-Lifshitz: Band I

„Klassiker"

- Nolting: Grundkurs Theoret. Physik Band 1+2

viele mathemat. Grundlagen, Beispielaufgaben, Testfragen

- Scheck: Theoret. Physik I

sehr moderne, eher etwas mathemat.-formalere Darstellung
(enthält auch dynamische Systeme)

I. Newton'sche Mechanik

Wir betrachten ein System aus endlich vielen "Massenpunkten"

eigentlich ~~Körper~~ mit vernachlässigbarer Ausdehnung

Begriff häufig auch sinnvoll bei makroskopischen Objekten (Ball, Erde)
sofern nur für die Schwerpunktsbewegung interessiert

Annahme: Die Massenpunkte sind Kräften unterworfen,
sie unterliegen aber zunächst keinen "Zwangsbedingungen"
(Einschränkungen der freien Bewegung, siehe Kap. II)

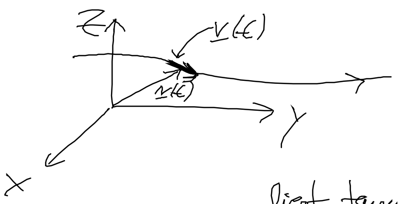
I.1 Kinematische Begriffe

- Bewegung des Massenpunktes wird charakterisiert durch:

  - Ortsvektor $\underline{r}(t)$ — Zeit

    (vektorielle Größe, hier in 3 Dimensionen)

"Bahnkurve"



  - Geschwindigkeitsvektor

$$\underline{v}(t) = \frac{d}{dt}\underline{r}(t) = \dot{\underline{r}}(t)$$

"velocity"

liegt tangential zur Bahnkurve!

denn: $\underline{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\underline{r}(t+\Delta t) - \underline{r}(t)}{\Delta t}$

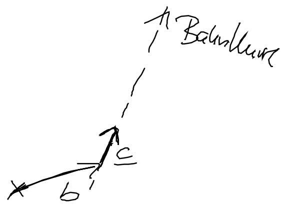
  - Beschleunigungsvektor

$$\underline{a}(t) = \frac{d}{dt}\underline{v}(t) = \dot{\underline{v}}(t) = \ddot{\underline{r}}(t) \left(= \frac{d^2}{dt^2}\underline{r}(t)\right)$$

"acceleration"

Beispiele

a) Bewegung auf einer Geraden



d.h. $\underline{r}(t) = \underline{b} + \alpha(t)\,\underline{c}$

mit $\underline{b} = \text{const}$, $\underline{c} = \text{const}$

$$\underline{v}(t) = \dot{\alpha}(t)\,\underline{c}$$

$$\underline{a}(t) = \ddot{\alpha}(t)\,\underline{c}$$

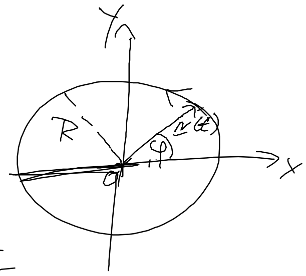
einfachster Fall ("gleichförmige Bewegung"): $\alpha(t) = t$

$\Rightarrow \underline{v}(t) = \underline{c}$

$\underline{a}(t) = 0$ (!)

b) Kreisbewegung (2 Dimension)

benutze ebene Polarkoordinaten:



$x = R\cos\varphi$

$y = R\sin\varphi$

mit $\varphi = \arctan \frac{y}{x}$

$R = \sqrt{x^2+y^2} = \text{const}$ (da Bewegung ist auf Kreisbahn)

Einheitsvektoren

(allg. in krummlinigen Systemen

$\underline{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \underline{r} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$

kartesisch → krummlinig

hier: $u = R$, $v = \varphi$, $w = 0$

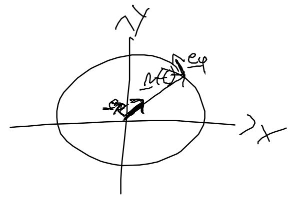
Tangenteneinheitsvektor:

$$\underline{e}_u = \frac{\frac{\partial \underline{r}}{\partial u}\Big|_{v,w}}{\left|\frac{\partial \underline{r}}{\partial u}\right|}, \quad \underline{e}_v = \frac{\frac{\partial \underline{r}}{\partial v}\Big|_{u,w}}{\left|\frac{\partial \underline{r}}{\partial v}\right|}, \quad \underline{e}_w = \ldots$$

für ebene Polarkoordinaten folgt: $\underline{e}_R = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$, $\underline{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}$

man sieht:

$\underline{r}(t) = R\,\underline{e}_R$ (Radius)



man sieht: $\underline{e}_R \perp \underline{e}_\varphi$

(da Polarkoordinaten ein „krummlinig-orthogonales" Koordinatensystem bilden)

Geschwindigkeit

$$\underline{v}(t) = \dot{\underline{r}}(t) = \underbrace{\dot R}_{0}\,\underline{e}_R + R\,\dot{\underline{e}}_R$$

$$= R\,\dot{\underline{e}}_R = R\begin{pmatrix} -\sin\varphi\;\dot\varphi \\ \cos\varphi\;\dot\varphi \end{pmatrix} = R\,\dot\varphi\,\underline{e}_\varphi \quad (*)$$

Winkeländerung pro Zeiteinheit

man definiert:

$\omega = \dot\varphi$ Winkelgeschwindigkeit

$\underline{\omega} = \omega\,\underline{e}_z$ Vektor, der die Richtung der Drehachse definiert

(Einheitsvektor in z-Richtung

allg.: $\underline{v}(t) \overset{(*)}{=} R\,\omega\,\underline{e}_\varphi = \underline{\omega} \times \underline{r}(t)$

<u>Beschleunigung:</u>

da R zeitunabhängig

$$\underline{a}(t) = \dot{\underline{v}}(t) = \ddot{\underline{r}}(t) = R\,\dot{\omega}\,\underline{e}_\varphi + R\,\omega\,\dot{\underline{e}}_\varphi$$

benutze $\dot{\underline{e}}_\varphi = \begin{pmatrix} -\cos\varphi\,\dot{\varphi} \\ -\sin\varphi\,\dot{\varphi} \end{pmatrix}$

$= -\dot{\varphi}\,\underline{e}_R$

$= -\omega\,\underline{e}_R$

$$\Rightarrow \underline{a}(t) = R\,\dot{\omega}\,\underline{e}_\varphi - R\,\omega^2\,\underline{e}_R$$

D.h., $\underline{a}$ liegt in der Kreisebene und hat zwei Anteile

definiere: $a_R = -R\,\omega^2$

$a_\varphi = R\,\dot{\omega}$

$$\Rightarrow \underline{a}(t) = \underbrace{a_R\,\underline{e}_R}_{\text{Zentripetalbeschleunigung}} + \underbrace{a_\varphi\,\underline{e}_\varphi}_{\text{Tangentialbeschleunigung}}$$

Zentripetalbeschleunigung (liegt senkrecht zu $\underline{v}$)

Tangentialbeschleunigung (betragsmäßige Änderung der Geschwindigkeit entlang der Tangente)