

## 2.3. Spezielle longitudinale Anregungen: Nanooptische Felder

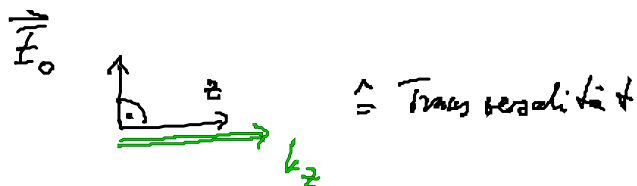
Maxwellgleichung:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$  im freien Raum bzw.  
räumlich homog. Medium

↓ (i) Transversalität ebener Wellen:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{ik_z z} (e^{-i\omega t}), \quad \vec{E}_0 = \text{konstant}$$

, Mode "

$$\rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \Leftrightarrow ik_z \vec{e}_z \cdot \vec{E}_0 = 0$$



(ii) wenn  $\vec{E}_0 \neq \text{konstant}$ , sondern  $\vec{E}_0(\vec{r}_0) \hat{=} \begin{matrix} \text{räumlicher Fokus,} \\ \text{geometrische} \\ \text{Eindringtg.} \end{matrix}$   
 $(x, y)$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 = ik_z E_0^z(\vec{r}_0) + \partial_x E_0^x(\vec{r}_0) + \partial_y E_0^y(\vec{r}_0)$$

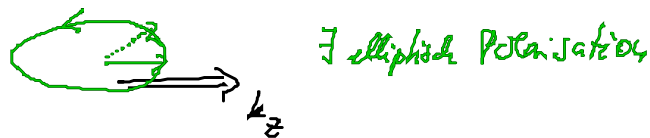
$$E_z(\vec{r}_{||}) = \frac{i}{k_z} \left( \partial_x E_0^x(\vec{r}_{||}) + \partial_y E_0^y(\vec{r}_{||}) \right)$$



a)  $\exists$  longitudinale Komponente  $E_0^z \vec{e}_z \parallel k_z \vec{e}_z = \vec{k}$ ,

wichtig, wenn:  $k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \approx \frac{1}{\text{typische transversale Skala (Fokus)}}$

b) Phase verschiebg. um  $\frac{\pi}{2}$  zwisch  $\vec{F}^z$  und  $\vec{E}^t$



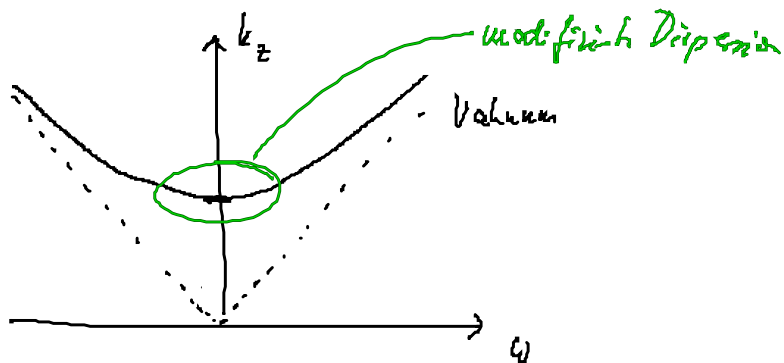
Wenn Tokus d. Felds  $\approx \lambda$ , so haben longitudinale Felder auf, passiert implizit Beend auf Nanometerskala "Nanoptik". Zusammenhang Rayleigh Kriterium

### Beispiel Wellleiter

Moden:  $\vec{u}_e(\vec{r}) \rightarrow \vec{u}_{k_z, \mu, m}(\vec{r}_{||}, z)$

$$= N_{km} \left\{ \begin{array}{l} i k_x k_z (k_x^2 + k_y^2)^{-1} \cdot \cos(k_x x) \sin(k_y y) \\ i k_y k_z (k_x^2 + k_y^2)^{-1} \cdot \sin(k_x x) \cos(k_y y) \\ 1 \cdot \sin(k_x x) \sin(k_y y) \end{array} \right\} \frac{e^{i k_z z}}{\sqrt{L}}$$

Quantisierung:  $k_x = \frac{u\pi}{a}$ ,  $k_y = \frac{v\pi}{a}$ ,  $k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2} \neq \frac{\omega}{c}$



Fraunfelder:

a) transversale Welle:

Fraunfeld  $k_z \gg k_x, k_y \quad \frac{1}{\lambda} \gg \frac{u}{a}, \frac{v}{b}$

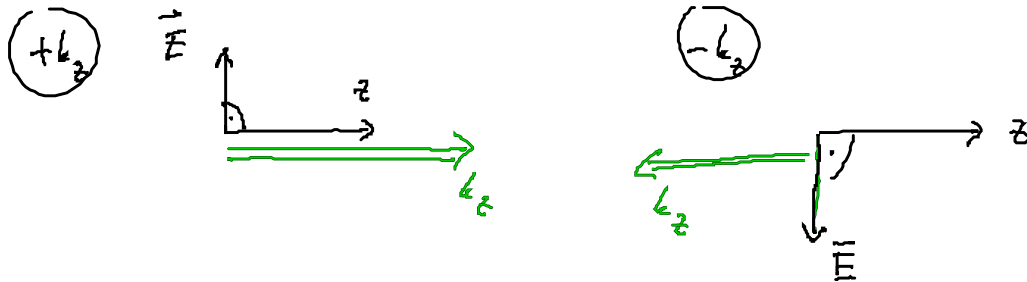
f:  $a, b \gg \lambda \quad \hat{=} \text{paraxiale Optik}$   
 geometrischer Einfall  $\ll \lambda$

$k_x \approx k_y \ll k_z$  folgt aus WL-Lösung:

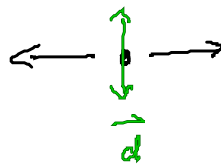
$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{reell}} &= \text{Re} \left( \vec{E}_{\text{komplex}} \right) \\ &= \text{Re} \left( E_0 e^{-i\omega t + ik_z z} \frac{i}{z} \frac{k_z}{k_x} \cos(k_x x) \sin(k_x y) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\ &\approx \frac{k_z}{k_x} \sin(k_z z - \omega t) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$\hat{=}$  linear polarisierte, transversale Welle

für  $\pm k_z$  existiert jeweils ein sich nach  $\pm$  ausbreitende  
linear polarisierte Welle



fest durch Emittor:  
(Dipol)



Emittor erzeugt laufende  
Welle in beide Richtg.

### b) longitudinale Welle

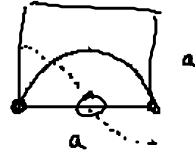
Fourfall  $k_z \approx k_x \approx k_y$  ,  $\frac{1}{\lambda} \approx \frac{u}{a} \approx \frac{4}{b}$

f.  $a, b \approx \lambda$   $\hat{=}$  starker geometrischer Einschluss  
Faktor  $\approx 1$

$\rightarrow$  Feld wird starke longitudinale Komponente erhalten

Bsp:  $k_x = \frac{a}{2}$  ,  $a = b$  ,  $u = v = 1$

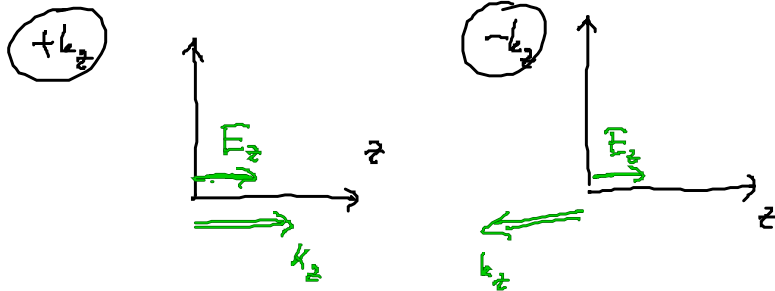
$$\vec{F}_{\text{real}} = \text{Re}(\vec{E}_{\text{complex}})$$



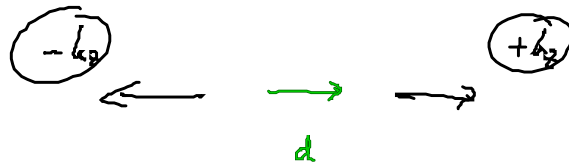
$$= \text{Re}(\vec{E}_0 e^{-i\omega t + ik_2 z} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \vec{e}_z)$$

$$\approx \cos(k_2 z - \omega t) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x = y = \frac{a}{2}$$

$\hat{=}$  linear polarisiert, rein longitudinal Well



beide Ausbreitungsrichtungen f. longitudinal Well sind erlaubt



### c) chirale Wellen

„chiral“ hat verschiedene Bedeutg, hier:

chiral Strukturen: Strukturen die sich wie Bild und Spiegelbild verhalten, aber nicht zu deckungsgleichheit gebracht werden können. Bsp. Hände

Test von Chiralität typischer Weise durch ein andere chirales Objekt

Konstruktion eines chiralen Punktes:  $k_z \approx k_x \approx k_y$

Wähle:  $\cos(k_x x_0) = 2 \sin(k_x x_0)$ ,  $\cos(k_y y_0) = 0$

f. Punkt  $(x_0, y_0)$  ( $z$ -variabel)

$$\vec{E}_{\text{real}} = \text{Re}(\vec{E}_{\text{komplex}})$$

$$= \text{Re}(\vec{E}_0 e^{-i\omega t + ik_z z} \left\{ \begin{array}{l} i \sin(k_z) \sin(k_x x_0) \sin(k_y y_0) \\ 0 \\ \sin(k_x x_0) \sin(k_y y_0) \end{array} \right\})$$

$$= \text{Re}(\vec{E}_0 e^{-i\omega t + ik_z z} \underbrace{(i \sin(k_z) \vec{e}_x + \vec{e}_z)}_{\text{Zirkular Polarisation!}} \sin(k_x x_0) \sin(k_y y_0))$$

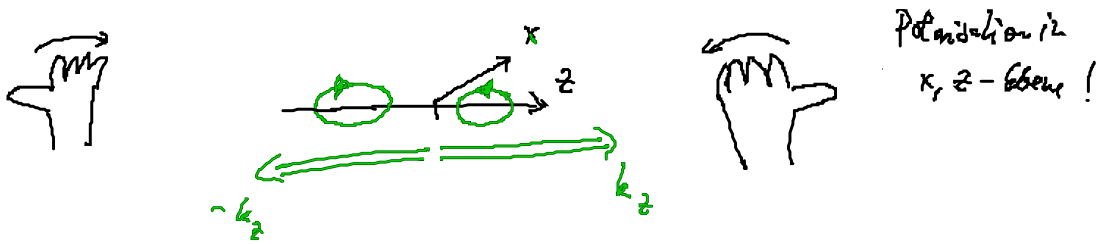
Zirkular Polarisation!

$\vec{e}^+$  und  $\vec{e}^-$  für  $\pm k_z$

$$= \vec{E}_0 \left\{ \begin{array}{l} -\sin(k_z) \sin(\omega t - k_z z) \\ 0 \\ \cos(\omega t - k_z z) \end{array} \right\} \sin(k_x x_0) \sin(k_y y_0)$$

$\hat{=}$  zirkular polarisierte Wellen, linear unabhängig ( $\vec{e}^+, \vec{e}^-$ )

die jeweils zu einer Ausbreitungsrichtung gehören



Feld über Emittor:

