

4.7 Kinematische Reversibilität

- oft als „Zeitumkehr-Invarianz“ bezeichnet:

$$\text{Stokes: } -\nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \underline{g} \underline{b} = \underline{0}$$

Sei $\underline{v}(\underline{x}, t)$ Lsg. der Stokes Gln. $t \rightarrow -t: \quad \underline{v}(\underline{x}, t) \rightarrow -\underline{v}(\underline{x}, -t)$ Lösung $\left. \begin{array}{l} \text{falls } \nabla p \rightarrow -\nabla p \\ \underline{g} \underline{b} \rightarrow -\underline{g} \underline{b} \end{array} \right\} \text{ Kräfte umdrehen}$	(4.50)
---	--------

... „reversible Strömungen“

- Bsp:
- Taylor - Versuch
 - Pine et al., Nature **438**, 997 (2005)
 geschnittene Teilchen-suspension \rightarrow Irreversible „Braunale“
 Bewegung jenseits kritischer
 Scherrate!

5. Anwendung I: Fortbewegung von Mikroorganismen

- Motivation: (i) physikal. Mechanismen verstehen } hochaktuell
 (ii) Lernen von Natur!

- Einheiten: $Re = \frac{\rho v a}{\eta}$

$Re > 1$: „driften“ mit Hilfe der Trägheit

$Re < 1$: keine Trägheit

Bsp: Escherichia-Coli-Bakterium

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad v = 30 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}, \quad a = 3 \mu\text{m}, \quad \eta = 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$$

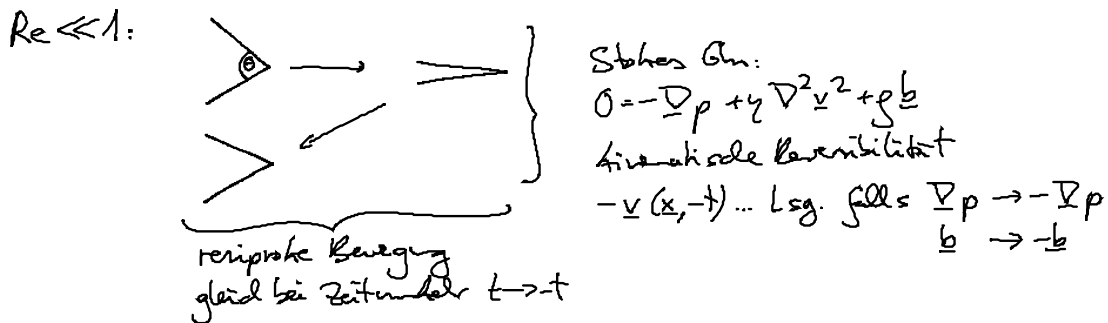
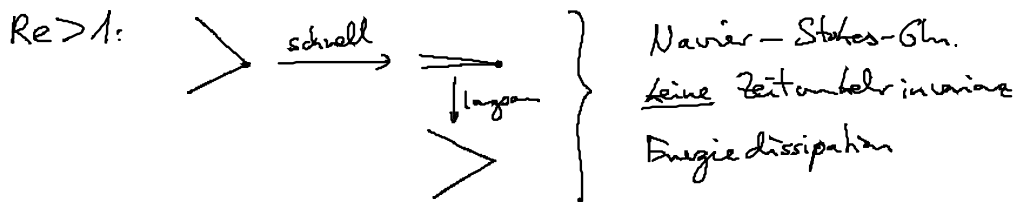
$$\rightarrow \boxed{Re = 10^{-4}}$$

5.1 Grundprinzipien

• Fortbewegung bei kleinen Re :

1. Nichtreziproke Schwimmbewegung
 2. periodische Deformation des Schwimmers
 \leftrightarrow periodisch variierte hydrodynamische Reibung (5.1)
 3. keine externen Kräfte und Drehmomente
 \leftrightarrow autonomer Schwimmer

• nicht reziproke Bewegung \leftrightarrow Paralleles Muskel-Renn:

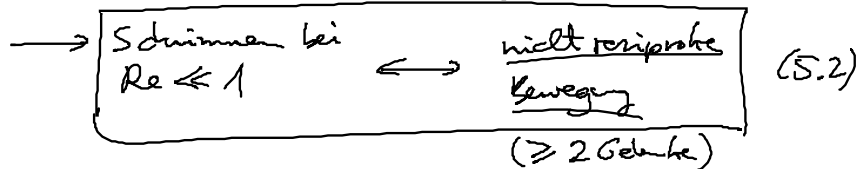


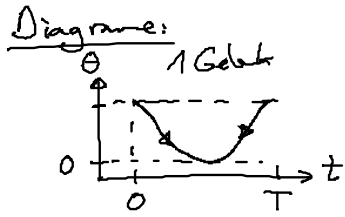
aber: $\underline{b} \rightarrow -\underline{b}$

\downarrow
 $-v(x, -t)$

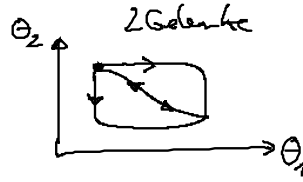
effektive Schwimmgeschw.: $u_0 \rightarrow -u_0$

aber: reziproke Bewegung: $\rightarrow u_0 = -u_0 = 0!$





immer reversibel



reversibel
nicht reversibel

NB: Stokes-Ges: keine Zeitabhängigkeit
→ verallgemeinerte kinematische Reversibilität

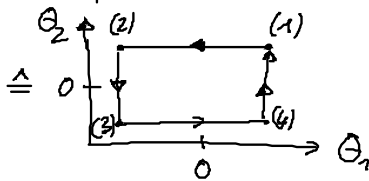
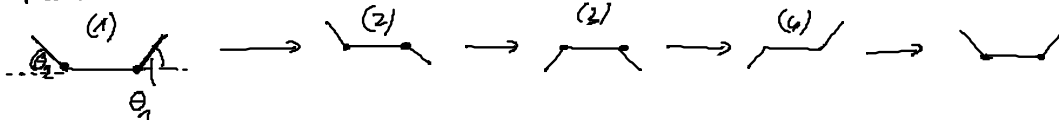
$$-v(x, -c(t)) \text{ Lsg. falls } \nabla p \rightarrow -\nabla p$$



$$\underline{b} \rightarrow \underline{-b}$$

mit $c(t)$ -Zeitverhalt

• einfachste Realisierung des 2-Gelenk-Schwimmers.
Purzell-Schwimmer



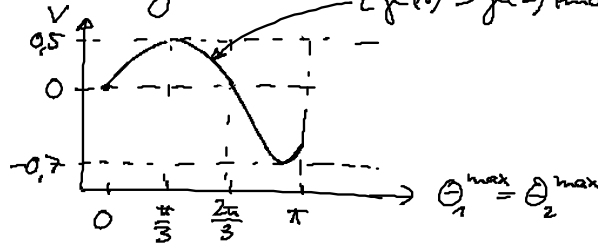
im Experiment: s Folie

periodisch variierende Keilung?

(1) langer, dünner Stab: $\mu_{\perp} \approx 2\mu_{\parallel}$ (4.43)

(2) z.B.: $\mu(\sqrt{4}) \neq \mu(\sqrt{2})$

(3) Schwimmgeschw.: [$\mu(1) > \mu(2)$ macht Sinn]



[Becker et al. J. Fluid Mech. 490, 15 (2003)]

5.2 Realisierungen in der Natur

1. Spermien: • Kopf + kollagides Filament (= Flagellum)
s. Folie

• Bauprinzip des Flagellums: s. Folie

• Modellierung: elast. Stab + hydrodyn. Reibung + Antrieb

„resistive force theory“

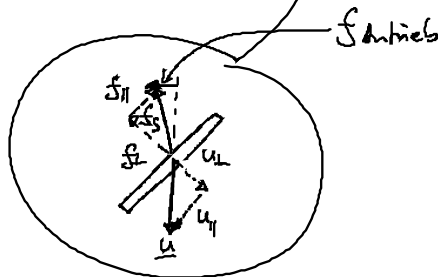
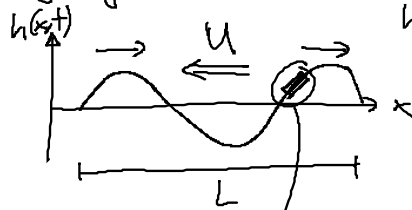
lokaler Reibkoeffizient
pro Längeneinheit: $\gamma_{\parallel}, \gamma_{\perp}$ Segment

$\gamma_{\parallel}, \gamma_{\perp}$

• Schwimgeschw. U ?

Vereinfachg: Filament (Länge L) mit Welle

$$h(x,t) = b \sin(kx - \omega t) \quad (5.3)$$



$$\left. \begin{aligned} F_{\parallel} &= -\int_{\parallel} \gamma_{\parallel} u_{\parallel} \\ F_{\perp} &= -\int_{\perp} \gamma_{\perp} u_{\perp} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Reibungskräfte} \\ \text{pro Längeneinheit} \\ \parallel, \perp \text{ Segment} \end{array}$$

mittlere Schwimgeschwindigkeit:

$$\boxed{\int_{\parallel} L \langle U \rangle = (\int_{\perp} - \int_{\parallel}) \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^L \frac{dh}{dt} \frac{dh}{dx} dx} \quad (5.4)$$

Reibungskraft für Bewegung \parallel x-Achse

Antriebskraft

$$\xrightarrow{\text{mit (5.3)}} \boxed{\langle U \rangle = - \frac{\int_{\perp} - \int_{\parallel}}{2 \int_{\parallel}} \omega k b^2} \quad (5.5)$$

NB: Schwimmen nur mit anisotroper Reibung!

Beweis: s. Übung

2. E(scherichia)-Coli-Bakterium / Salmonellen:

- Bündel rotierender helikaler Flagellen \rightarrow Schubkraft [s. Kap. 4.6c]
- Helix = drehendes Objekt \leftrightarrow Rotation = nicht reziproke Bewegung
s. Folie
- Nanoroboterstruktur: s. Folie
- Seltener Bewegung zur Nahrungssuche: Chemotaxis s. Folie
- Polymorphismus des helikalen Flagellums: s. Folie