

4.7 Kinematische Reversibilität

• oft als „Zeitumkehr-Invarianz“ bezeichnet:

Stokes:

$$-\nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \underline{g} \underline{b} = \underline{0}$$

• Sei $\underline{v}(\underline{x}, t)$ Lsg. der Stokes Gln.
 $t \rightarrow -t: \underline{v}(\underline{x}, t) \rightarrow -\underline{v}(\underline{x}, -t)$ Lösung
 falls $\nabla p \rightarrow -\nabla p$
 $\underline{g} \underline{b} \rightarrow -\underline{g} \underline{b}$ } Kräfte umdrehen (4.80)

... „reversible Strömungen“

Bsp: a) Taylor - Versuch

b) Pine et al., Nature 438, 997 (2005)

geschnittene Teilchen suspension \rightarrow Irreversible „Braunale“
 Bewegung jenseits kritischer
 Scherrate!

5. Anwendung I: Fortbewegung von Mikroorganismen

• Motivation: (i) physikal. Mechanismen verstehen } hochaktuell
 (ii) Lernen von Natur!

• Einordnung: $Re = \frac{\rho v a}{\eta}$

$Re > 1$: „driften“ mit Hilfe der Trägheit

$Re \ll 1$: keine Trägheit

Bsp: Escherichia-Coli-Bakterium

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, v = 30 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}, a = 3 \mu\text{m}, \eta = 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$$

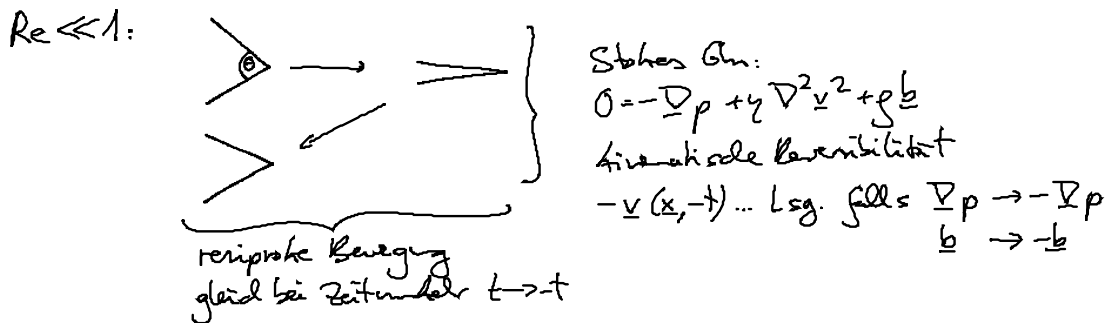
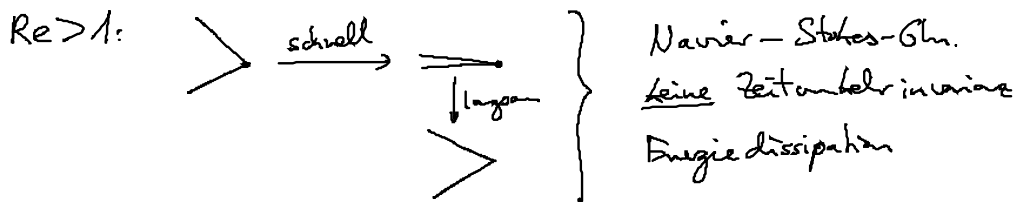
$$\rightarrow \boxed{Re = 10^{-4}}$$

5.1 Grundprinzipien

• Fortbewegung bei kleinen Re :

1. Nichtreziproke Schwimmbewegung
2. periodische Deformation des Schwimmers
 \leftrightarrow periodisch variierte hydrodynamische Reibung (5.1)
3. keine externen Kräfte und Drehmomente
 \leftrightarrow autonomer Schwimmer

• nicht reziproke Bewegung \leftrightarrow Paralleles Muskel-Rücken:



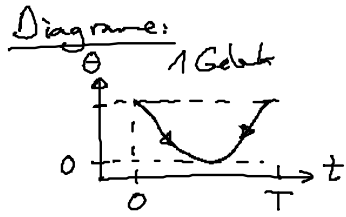
aber: $\underline{b} \rightarrow -\underline{b}$

\downarrow
 $-v(x, -t)$

effektive Schwimmgeschw.: $u_0 \rightarrow -u_0$

aber: reziproke Bewegung: $\rightarrow u_0 = -u_0 = 0!$

\rightarrow Schwimmen bei $Re \ll 1$ \leftrightarrow nicht reziproke Bewegung (5.2)
 (≥ 2 Gelenke)



immer reversibel



reversibel
nicht reversibel

NB: Stokes-Ges: keine Zeitabhängigkeit
→ verallgemeinerte kinematische Reversibilität

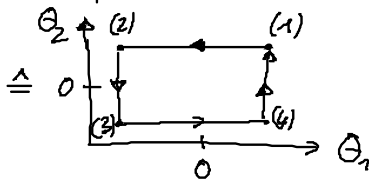
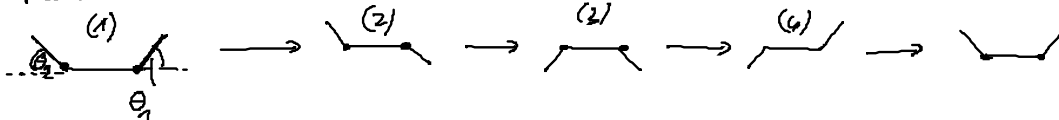
$$-v(x, -c(t)) \text{ Lsg. falls } \nabla p \rightarrow -\nabla p$$



$$\underline{b} \rightarrow \underline{-b}$$

mit $c(t)$ -Zeitverhalt

• einfachste Realisierung des 2-Gelenk-Schwimmers.
Purzell-Schwimmer



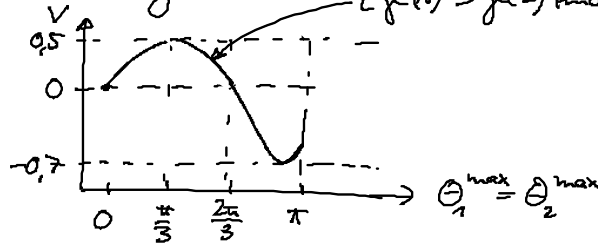
im Experiment: s folie

periodisch variierende Keilung?

(1) langer, dünner Stab: $\mu_{\perp} \approx 2\mu_{\parallel}$ (4.43)

(2) z.B.: $\mu(\sqrt{4}) \neq \mu(\sqrt{2})$

(3) Schwinggeschw.: [$\mu(1) > \mu(2)$ macht Sinn]



[Becker et al. J. Fluid Mech. 490, 15 (2003)]

5.2 Realisierungen in der Natur

1. Spermien: • Kopf + kollagides Filament (= Flagellum)
s. Folie

• Bauprinzip des Flagellums: s. Folie

• Modellierung: elast. Stab + hydrodyn. Reibung + Antrieb

„resistive force theory“

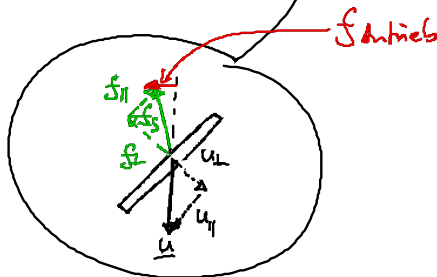
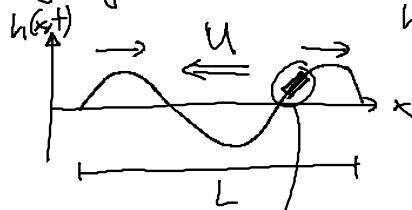
lokaler Reibkoeffizient
pro Längeneinheit: $\zeta_{\parallel}, \zeta_{\perp}$ Segment

$\zeta_{\parallel}, \zeta_{\perp}$

• Schwimmgeschw. U ?

Vers. f. d. g.: Filament (Länge L) mit Welle

$$h(x,t) = b \sin(kx - \omega t) \quad (5.3)$$



$$\left. \begin{aligned} F_{\parallel} &= -\int_{\parallel} \zeta_{\parallel} u_{\parallel} \\ F_{\perp} &= -\int_{\perp} \zeta_{\perp} u_{\perp} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Reibungskräfte} \\ \text{pro Längeneinheit} \\ \parallel, \perp \text{ Segment} \end{array}$$

mittlere Schwimgeschwindigkeit:

$$\int_{\parallel} L \langle U \rangle = (\int_{\perp} - \int_{\parallel}) \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^L \frac{dh}{dt} \frac{dh}{dx} dx \quad (5.4)$$

Reibungskraft für Bewegung \parallel x-Achse
Antriebskraft

$$\xrightarrow{\text{mit (5.3)}} \quad \langle U \rangle = - \frac{\int_{\perp} - \int_{\parallel}}{2 \int_{\parallel}} \omega k b^2 \quad (5.5)$$

NB: Schwimmen nur mit anisotroper Reibung!

Beweis: s. Übung

2. E(scherichia)-Coli-Bakterium / Salmonellen:

- Bündel rotierender helikaler Flagellen \rightarrow Schubkraft [s. Kap. 4.6c]
- Helix = drehendes Objekt \leftrightarrow Rotation = nicht reziproke Bewegung
s. Folie
- Nanoroboterstruktur: s. Folie
- Seltener Bewegung zur Nahrungssuche: Chemotaxis s. Folie
- Polymorphismus des helikalen Flagellums: s. Folie