

1. Übungsblatt zur Quanteninformationstheorie I u. II

Nächste Übung: Do., 01.06.06, 10:15, Raum PN731

Druckfehler im verteilten Übungsblatt: Datum und Zeit der Übung falsch

Aufgabe 1 (3 Punkte):

1.1 Als Informationsfunktion $I(x)$ bezeichnet man die stetig in $[0, 1]$ fortgesetzte Funktion $-x \log_2 x$. **Man zeige:** I verschwindet auch am linken Rand von $[0, 1]$ und ist strikt konkav.

1.2 **Man zeige:** Die Funktion $H(x) := -x \log_2 x - (1 - x) \log_2 (1 - x)$ ist auf $[0, 1]$ strikt konkav und nimmt ihr Maximum bei $x = 0.5$ an.

1.3 **Man berechne** die Shannon-Entropien der folgenden Gedichtsverse sowie die Shannon-Entropie beider Verse. (Ein Taschenrechner ist nützlich.)

Hat der alte Hexenmeister
Sich doch einmal wegbegeben!
Und nun sollen seine Geister
Auch nach meinem Willen leben.
Seine Wort' und Werke
Merkt ich und den Brauch,
Und mit Geistesstärke
Tu ich Wunder auch.

Walle! walle
Manche Strecke,
Daß, zum Zwecke,
Wasser fließe
Und mit reichem, vollem Schwall
Zu dem Bade sich ergieße.

Aufgabe 2 (3 Punkte):) Man betrachte einen klassischen Informationskanal mit Übertragungsfehlern **und zeige**, dass die Transinformation sowohl durch die Shannon-Entropie der Quelle abzüglich der Äquivokation als auch durch die Shannon-Entropie des Empfängers abzüglich der Irrelevanz gegeben ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte): Seien $p_m \geq 0$, $q_m \geq 0$, ($m = 1, 2, \dots, M$), $\sum p_m = \sum q_m = 1$ zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen, dann ist die relative Entropie durch

$$H(p||q) := \sum p(\log_2 p - \log_2 q)$$

definiert. **Man verifiziere:**

$$H(p||q) \geq 0, \quad H(p||q) = 0 \Leftrightarrow p_m = q_m \quad (m = 1, 2, \dots, M)$$

und falsifiziere die Dreiecksungleichung.