

9. Übungsblatt zur Theoretischen Physik I

Abgabe: Montag 3. Juli 2006 bis 12:00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

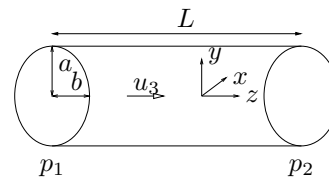
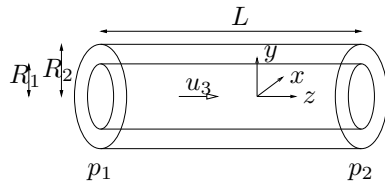
Aufgabe 25 (10 Punkte): Strömung in Rohren

Diese Aufgabe ist komplett als Mathematica- oder Maple-Worksheet abzugeben.

In der Vorlesung wurde hergeleitet, dass für die Strömungsgeschwindigkeit in einem Rohr mit kreisförmigen Querschnitt gilt

$$u_3(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2).$$

- (25.1) Leite die Differentialgleichung für die Geschwindigkeit $u_3(r)$ der Strömung in einem Rohr aus der Navier-Stokes-Gleichung her. Welche Annahmen können dabei gemacht werden?



- (25.2) Löse die Differentialgleichung aus Aufgabenteil 1 für ein Rohr mit ringförmigem Querschnitt. Als Ergebnis erhältst du

$$u_3(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} \left(R_2^2 - r^2 + \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln(R_2/R_1)} \ln \frac{r}{R_2} \right)$$

Berechne daraus den gesamten Flüssigkeitsstrom I durch Integration über den Rohrquerschnitt. Plote die Geschwindigkeitsverteilung im Rohr.

- (25.3) Zeige, dass für ein Rohr mit elliptischem Querschnitt gilt

$$u_3(r) = \frac{p_1 - p_2}{2\eta L} \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \left(1 - \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} \right)$$

Verwende den Ansatz

$$u_3(r) = Ay^2 + Bz^2 + C$$

und bestimme die Koeffizienten A , B und C unter Verwendung der Randbedingungen. Berechne den gesamten Flüssigkeitsstrom. Plote diesen als Funktion der numerischen Exzentrizität der Ellipse.

Aufgabe 26 (4 Punkte): Viererschreibweise

Wiederhole die Viererschreibweise für Orte und Zeiten: Zeige, dass die Minkowski-Norm eines Vierervektors unter Lorentz-Transformation erhalten ist.

Aufgabe 27 (6 Punkte): Christoffel-Symbol und Metrischer Tensor

Beweise den in der Vorlesung verwendeten Zusammenhang zwischen Christoffel-Symbol Γ und metrischem Tensor g .

$$\Gamma_{\lambda\mu}^{\sigma} = \frac{g^{\sigma\nu}}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\lambda}} + \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\lambda}}{\partial x^{\nu}} \right)$$

Hierbei ist das Christoffel-Symbol definiert als

$$\Gamma_{\lambda\mu}^{\sigma} = \sum_{\alpha} \frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \zeta^{\alpha}} \frac{\partial^2 \zeta^{\alpha}}{\partial x^{\lambda} \partial x^{\mu}}$$