

## 2. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III

**Abgabe (nur in zweier Gruppen): Freitag 5.5.06** bis 12:00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

### Aufgabe 1 (6 Punkte): *Coulomb-WW*

Eine Kugel mit dem Radius  $R$  trage die elektrische Ladung  $Q$ . Man berechne das elektrische Feld und das elektrische Potential für die Fälle, dass die Ladung (a) homogen über die Kugel verteilt ist und (b) als isotrope Oberflächenladung vorliegt.

### Aufgabe 2 (8 Punkte): *Greensche Funktion, Greensche Identitäten*

- (a) Zeigen Sie, dass die Greensche Funktion

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + f(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

die Poisson-Gleichung

$$\Delta G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

erfüllt. Welche Bedingung muss in diesem Fall für  $f(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  gelten? Bestimmen Sie die Greensche Funktion für die Poisson-Gleichung in 2 Dimensionen ( $G$  sei Rotations- und Translationsinvariant).

- (b) Beweisen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes die folgenden Identitäten, die für die Lösung der Poisson-Gleichung mit Randbedingungen eine wichtige Rolle spielen.

1. Greensche Identität:

$$\int_V (\Theta \Delta \Psi + (\nabla \Theta)(\nabla \Psi)) dV = \int_{\partial V} \Theta \nabla \Psi \cdot d\mathbf{s}$$

2. Greensche Identität:

$$\int_V (\Theta \Delta \Psi - \Psi \Delta \Theta) dV = \int_{\partial V} (\Theta \nabla \Psi - \Psi \nabla \Theta) \cdot d\mathbf{s}$$

### Aufgabe 3 (6 Punkte): *Total antisymmetrischer Tensor der Stufe 3*

Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Identitäten mit Hilfe des total antisymmetrischen Tensors

$$\epsilon_{ijk} = \begin{vmatrix} \delta_{1i} & \delta_{1j} & \delta_{1k} \\ \delta_{2i} & \delta_{2j} & \delta_{2k} \\ \delta_{3i} & \delta_{3j} & \delta_{3k} \end{vmatrix}.$$

- (a)  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_i = \epsilon_{ijk} a_j b_k$   
 (Hierbei wurde die Summenkonvention verwendet.  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  sind Vektorfelder mit den Komponenten  $a_i, b_i, i = 1, 2, 3$ )
- (b)  $\nabla \times (\phi \mathbf{a}) = \phi(\nabla \times \mathbf{a}) + (\nabla \phi) \times \mathbf{a}$   
 ( $\phi$  ist ein skalares Feld)
- (c)  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - \Delta \mathbf{a}$
- (d)  $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$

- Vorlesung: Mi 10<sup>15</sup> - 11<sup>45</sup> Uhr, Do 8<sup>30</sup> - 10<sup>00</sup> Uhr, PN 203  
 Tutorien: Di 12<sup>15</sup> - 13<sup>45</sup> Uhr, Di 16<sup>15</sup> - 17<sup>45</sup> Uhr, Mi 8<sup>30</sup>-10<sup>00</sup> Uhr
- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** [www.itp.physik.tu-berlin.de/lehre/TPIII](http://www.itp.physik.tu-berlin.de/lehre/TPIII)
- **Scheinkriterien:** 50 % der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien, mindestens 1 × vorrechnen im Tutorium und 50 % der Punkte der Klausur
- **Sprechstunde:** S. Butscher Mi, 12<sup>00</sup>-13<sup>00</sup> PN 703, S. Heidenreich Do 11<sup>30</sup>-12<sup>30</sup> PN 702