Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. A. Hess,
Sebastian Heidenreich,
Stefan Butscher

2. Mai 2006

2. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III

Abgabe (nur in zweier Gruppen): Freitag 5.5.06 bis 12:00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 1 (6 Punkte): *Coulomb-WW*
Eine Kugel mit dem Radius R trage die elektrische Ladung Q. Man berechne das elektrische Feld und das elektrische Potential für die Fälle, dass die Ladung (a) homogen über die Kugel verteilt ist und (b) als isotrope Oberflächenladung vorliegt.

Aufgabe 2 (8 Punkte): *Greensche Funktion, Greensche Identitäten*

(a) Zeigen Sie, dass die Greensche Funktion

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + f(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

die Poisson-Gleichung

$$\triangle G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

erfüllt. Weche Bedingung muss in diesem Fall für $f(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ gelten? Bestimmen Sie die Grennsche Funktion für die Poisson-Gleichung in 2 Dimensionen (G sei Rotations- und Translationsinvariant).

(b) Beweisen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes die folgenden Identitäten, die für die Lösung der Poisson-Gleichung mit Randbedingungen eine wichtige Rolle spielen.
1.Greensche Identität:

$$\int_V (\Theta \triangle \Psi + (\nabla \Theta)(\nabla \Psi)) dV = \int_{\partial V} \Theta \nabla \Psi \cdot d\mathbf{s}$$

2. Greensche Identität:

$$\int_V (\Theta \triangle \Psi - \Psi \triangle \Theta) dV = \int_{\partial V} (\Theta \nabla \Psi - \Psi \nabla \Theta) \cdot d\mathbf{s}$$

Aufgabe 3 (6 Punkte): *Total antisymmetrischer Tensor der Stufe 3*
Zeigen Sie die Gültigleit folgender Identitäten mit Hilfe des total antisymmetrischen Tensors

$$\epsilon_{ijk} = \begin{vmatrix} \delta_{1i} & \delta_{1j} & \delta_{1k} \\ \delta_{2i} & \delta_{2j} & \delta_{2k} \\ \delta_{3i} & \delta_{3j} & \delta_{3k} \end{vmatrix}.$$

(a) $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_i = \epsilon_{ijk} a_j b_k$
(Hierbei wurde die Summenkonvention verwendet. $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ sind Vektorfelder mit den Komponenten $a_i, b_i, i = 1, 2, 3$)

(b) $\nabla \times (\phi \mathbf{a}) = \phi(\nabla \times \mathbf{a}) + (\nabla \phi) \times \mathbf{a}$
(ϕ ist ein skalares Feld)

(c) $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla(\nabla \cdot (\mathbf{a}))) - \triangle \mathbf{a}$

(d) $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$

- Vorlesung: Mi 10^{15} - 11^{45} Uhr, Do 8^{30} - 10^{00} Uhr, PN 203
  Tutorien: Di 12^{15} - 13^{45} Uhr, Di 16^{15} - 17^{45} Uhr, Mi 8^{30}-10^{00} Uhr
- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** wwwitp.physik.tu-berlin.de/lehre/TPIII
- **Scheinkriterien:** 50 % der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien, mindestens 1 × vorrechnen im Tutorium und 50 % der Punkte der Klausur
- **Sprechstunde:** S. Butscher Mi, 12^{00}-13^{00} PN 703, S. Heidenreich Do 11^{30}-12^{30} PN 702