Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. S. Hess,
Sebastian Heidenreich,
Stefan Butscher

26. April 2006

3. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III

Abgabe (nur in Zweier-Gruppen): Freitag 12.5.06 bis 12:00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 1 (12 Punkte): *Multipolentwicklung*

a) Überprüfen Sie die in der Vorlesung angegebene Definition des Dipolmoments $\vec{d}$ und des Quadrupolmoments Q_{ij} durch explizite Rechnung.

b) Unter welchen Bedingungen verschwinden Monopolmoment und Dipolmoment ?

c) Zeigen Sie explizit, dass für eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung Q_{11} und Q_{12} verschwinden.

d) Leiten Sie einen Ausdruck für das Oktupolmoment ab.

e) Bestimmen Sie Monopol-, Dipol-, Quadrupol und Oktupolmoment für folgende Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$:

$$\rho(\vec{r}) = q\delta(\vec{r} - \vec{e}_1) + q\delta(\vec{r} + \vec{e}_1) - q\delta(\vec{r} - \vec{e}_2) - q\delta(\vec{r} + \vec{e}_2).$$

Aufgabe 2 (8 Punkte): *Geerdete Kugel im E-Feld*

a) Zeigen Sie, dass für 2 Legendre-Polynome $P_n(x), P_l(x)$ $(n \neq l)$ gilt,

$$\int_{-1}^{1} P_n(x)P_l(x)dx = 0.$$

Hinweis: Eine Möglichkeit dies zu zeigen besteht darin die gewöhnliche Legendre-Differenzialgleichung zu nutzen.

b) Zeigen Sie, dass folgende Funktionen Lösung der Laplace-Gleichung $\triangle\phi(\vec{r}) = 0$ in sphärischen Koordinaten bei Problemen mit azimuthaler Symmetrie (keine φ-Abhänigkeit) sind,

$$\phi(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-l-1}] P_l(\cos(\theta)).$$

Dabei können Sie annehmen, dass A_l und B_l für $l > 1$ verschwinden.

c) In ein anfänglich homogenes elektrisches Feld $\vec{E}_0 = E_0\vec{e}_z$ wird eine geerdete Metallkugel mit dem Radius R gebracht. Wie lautet das Potential außerhalb der Kugel ?

d) Stellen Sie das resultierende elektrische Feld für x=0 graphisch dar (z.B. mit Mathematica oder gnuplot).

- Vorlesung: Mi 10^{15} - 11^{45} Uhr, Do 8^{30} - 10^{00} Uhr, PN 203

  Tutorien: Di 12^{15} - 13^{45} Uhr, Di 16^{15} - 17^{45} Uhr, Mi 8^{30}-9^{00} Uhr
- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** wwwitp.physik.tu-berlin.de/lehre/TPIII
- **Scheinkriterien:** 50 % der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien, mindestens 1 $\times$ vorrechnen im Tutorium und 50 % der Punkte der Klausur
- **Sprechstunde:** S. Butscher Mi, 12^{00}-13^{00} PN 703, S. Heidenreich Do, 11^{30}-12^{30} PN 702