Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. S. Hess,
Sebastian Heidenreich,
Stefan Butscher 9. Mai 2006

4. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III

Abgabe (nur in zweier Gruppen): Freitag 19.5.06 bis 12:00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 1 (7 Punkte): *Randwertprobleme der Elektrostatik: Methode der Bildladungen*

Außerhalb einer leitenden und geerdeten Kugel mit den Radius R befinde sich eine Punktladung q am festen Ort $\vec{y}$.

(a) Berechnen Sie das elektrostatische Potenzial an jedem beliebigen Punkt des Raumes $\phi(\vec{x})$, indem Sie an geeigneter Stelle eine Bildladung plazieren. Wird die Bildladung bei $\vec{y}'$ angenommen, dann gilt aus Symmetriegründen: $\vec{y}' \parallel \vec{y}$.

(b) Berechnen Sie die Coulomb-Kraft F, die auf die Punktladung q wirkt. Zeigen Sie, dass sich eine Attraktion mit $F \propto y^{-2}$ für "kleine" und $F \propto y^{-3}$ für große Abstände ergibt.

Eine Punktladung $+q$ befinde sich bei $x = y = a \;\; (z = 0)$ in einer Ecke, die aus einem leitenden Material besteht und deren Oberfläche durch die Halbebenen $y = 0, x > 0$ und $x = 0, y > 0$ gebildet wird.

(c) Bestimmen Sie das Potenzial ϕ und das elektrische Feld $\vec{E}$ für $x, y > 0$ mittels geeignet plazierter Bildladungen.
Hinweis:
Es werden drei Bildladungen benötigt.

Aufgabe 2 (8 Punkte): *zweidimensionale Probleme in der Elektrostatik*
Ändert sich das elektrische Feld $\vec{E}$ in einer Richtung (z.B. z-Richtung) nicht, dann kann das Problem zweidimensional behandelt werden. In allen Gebieten, die keine Ladung enthalten, genügt das Potenzial $\phi(x, y)$ der zweidimensionalen Laplace Gleichung:

$$\triangle\phi(x, y) = 0.$$

(a) Zeigen Sie, dass $u = Re(e^z)$ und $v = Im(e^z)$ mit $z = x + iy$ Lösungen der Laplacegleichung sind.

(b) Sei $w(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ eine beliebige, in einem Gebiet G holomorphe (komplex differenzierbar) Funktion, dann erfüllen $u(x, y)$ und $v(x, y)$ die oben angegebene Laplacegleichung. Beweisen Sie diese Behauptung!

(c) Zeigen Sie ferner, dass eine Familie von Kurven $v(x, y) = \lambda$ und $u(x, y) = \mu$ orthogonal zueinander sind. Wie können die Funktionen $u(x, y)$ und $v(x, y)$ interpretiert werden.

(d) Betrachten Sie eine Linienladung, d.h. eine unendlich ausgedehnte Linie mit der Ladung e pro Längeneinheit. Das Feld einer solchen Ladung hat in jeder Ebene senkrecht zur Linie die gleiche Form und stellt ein ein zweidimensionales Feld dar. Bestimmen Sie das Potenzial einer solchen Ladung mit Hilfe der Green'schen Funktionen.

(e) Setzen Sie das oben bestimmte Potential als Realteil $u(x, y)$ einer holomorphen Funktion $f(z)$ an. Wie lautet ihr Imaginärteil.

Bitte wenden →

Aufgabe 3 (5 Punkte): *Drehkondensator*
Ein Drehkondensator sei ein Mehrplattenkondensator mit N gleichen Feldräumen zwischen den Platten und mit dem jeweils gleichen Plattenabstand d. In Abhängigkeit vom Eintauchwinkel α der Rotorflächen in das Stator-Plattenpaket besitzt der Drehkondensator die Kapazität

$$C(\alpha) = \frac{C_0}{2}(1 - \cos(\alpha)).$$

Man berechne die Form der Rotorfläche, d.h. ihren Radius $r(\alpha)$ unter der Annahme eines homogenen Feldes zwischen den Platten (Vernachlässigung des Streufeldes). Durch welche Größe ist die Konstante C_0 bestimmt? Zeichnen Sie $r(\alpha)$ für den Fall, dass die Gesammtrotorfläche A_0 gleich eins ist (z.B. mit Mathematica).
Hinweis:
Eine detalierte Skizze wird im Tutorium angegeben.

- Vorlesung: Mi 10^{15} - 11^{45} Uhr, Do 8^{30} - 10^{00} Uhr, PN 203
  Tutorien: Di 12^{15} - 13^{45} Uhr, Di 16^{15} - 17^{45} Uhr, Mi 8^{30}-10^{00} Uhr
- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** wwwitp.physik.tu-berlin.de/lehre/TPIII
- **Scheinkriterien:** 50 % der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien, mindestens 1 $\times$ vorrechnen im Tutorium und 50 % der Punkte der Klausur
- **Sprechstunde:** S. Butscher Mi, 12^{00}-13^{00} PN 703, S. Heidenreich Do 11^{30}-12^{30} PN 702