Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. S. Hess,
Sebastian Heidenreich,
Stefan Butscher

24. Mai 2006

6. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III

Abgabe (nur in zweier Gruppen): Freitag 2.6.06 bis 12:00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 1 (9 Punkte): *Magnetische Induktion:Skineffekt*
Betrachten Sie einen dicken, zylinderförmigen Leiter in z-Richtung mit der Leitfähigkeit σ, an dessen Enden eine Wechselspannung angelegt wurde, die im Leiterinnern die periodische Feldstärke

$$E_z(r,t) = E_z(r)e^{i\omega t}$$

hervorruft. Die Kreisfrequenz sei klein genug($\omega \ll 10^{17}s^{-1}$), um den Verschiebungsstrom und die Ladungsdichte ρ zu vernachlässigen.

(a) Stellen Sie eine Differenzialgleichung für $\vec{j}$ auf, indem Sie annehmen, dass

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E} \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$$

gilt.

(b) Zur Verringerung des mathematischen Aufwandes wird der Leiter als unendlich dick betrachtet, so dass die Oberfläche des Leiters von der y,z-Ebene gebildet wird. Geben Sie für diese Idealisierung die Stromdichte $j(x,t)$ $(x > 0)$ im Leiter an.
Hinweis:
Verwenden Sie den Ansatz $j(x,t) = j(x)e^{-i\omega t}$ und die Randbedingung $j(0) = j_0$.

(c) Interpretieren Sie ihr Ergebnis und beschreiben Sie diesen Effekt ausführlich mit Hilfe des Induktionsgesetzes.

Aufgabe 2 (11 Punkte): *Stufenfaser*
Betrachten Sie einen dielektrischen Wellenleiter (Glasfaser). Die Glasfaser ist zylindersymmetrisch und besteht aus einem Kern mit Radius a und Brechungsindex n_K, sowie einem Mantel mit Brechungsindex n_M.

(a) In der Faser breite sich eine Welle nur in z-Richtung aus. Machen Sie einen (der Symmetrie des Problems angepaßten) Ansatz für das elektrische Feld.

(b) Leiten Sie damit aus der Wellengleichung die Helmholtzgleichung ($\triangle\phi = \lambda\phi$) für $E_z(r,\phi)$ her.

(c) Leiten Sie eine (evtl. auch modifizierte) Besselsche Differenzialgleichung her (Ansatz: $E_z(r,\phi) = e^{\pm il\phi}e(r)$).

(d) Welche Bedingungen sollten die Lösungen genügen, damit ein möglichst guter Wellenleiter entsteht? Wählen Sie die entsprechenden Besselfunktionen für die Lösungen im Mantel und im Kern aus und bestimmen Sie die nötigen Beziehungen von n_K, n_M und dem Wellenvektor k (Stetigkeit der Lösungen beachten!).

(e) Stellen Sie die radiale Intensitätsverteilung der z-Komponente des elektrischen Feldes graphisch da.

- Vorlesung: Mi 10^{15} - 11^{45} Uhr, Do 8^{30} - 10^{00} Uhr, PN 203
  Tutorien: Di 12^{15} - 13^{45} Uhr, Di 16^{15} - 17^{45} Uhr, Mi 8^{30}-10^{00} Uhr
- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** wwwitp.physik.tu-berlin.de/lehre/TPIII
- **Scheinkriterien:** 50 % der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien, mindestens 1 $\times$ vorrechnen im Tutorium und 50 % der Punkte der Klausur
- **Sprechstunde:** S. Butscher Mi, 12^{00}-13^{00} PN 703, S. Heidenreich Do 11^{30}-12^{30} PN 702