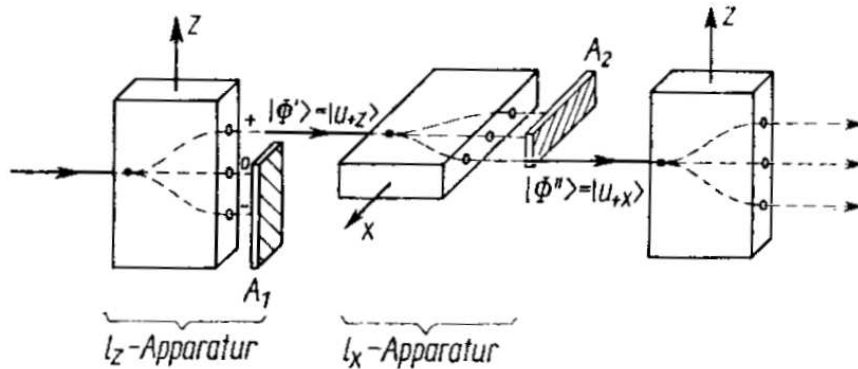


5. Übungsblatt zur Theoretische Physik IIIa: Quantenmechanik

Abgabe: Dienstag 23.05.06 in der Vorlesung

Aufgabe 11(16 Punkte): Stern-Gerlach-Versuch



In dieser Aufgabe betrachten wir die Messung von Bahndrehimpulsen. Sei die Bahndrehimpulsquantenzahl $l = 1$ – dies bedeutet, dass die magnetische Quantenzahl m die Werte $-1, 0, 1$ annehmen kann. In einem ONS, das aus Eigenvektoren der Operatoren $\hat{L}^2$ und $\hat{L}_z$ besteht, werden dann die räumlichen Komponenten des Bahndrehimpulsoperators $\hat{L}_x$, $\hat{L}_y$ und $\hat{L}_z$ durch folgende Matrizen repräsentiert:

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{L}_y = \frac{\hbar}{2i} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{L}_z = \begin{pmatrix} \hbar & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hbar \end{pmatrix}.$$

Mit $|u_{+z}\rangle$ bezeichnen wir den Eigenvektor von $\hat{L}_z$ zum Eigenwert $+\hbar$, mit $|u_{0z}\rangle$ den Eigenvektor von $\hat{L}_z$ zum Eigenwert 0 usw. (analog für die Operatoren $\hat{L}_x$ und $\hat{L}_y$).

Berechnet die Kommutatoren zwischen den einzelnen Komponenten des Drehimpulsoperators untereinander und mit $\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$. Interpretiert das Ergebnis bezüglich der Messung von den Komponenten des Bahndrehimpulsoperators.

Betrachtet die in der obigen Abb. dargestellten Messungen, wobei in der Abbildung $\hat{L}_x$ mit l_x usw. bezeichnet werden. Mit Hilfe der ersten Apparatur wird die z -Komponente des Drehimpulses gemessen. Der Absorber A_1 bewirkt eine Präparation des Zustandes $|\phi'\rangle = |u_{+z}\rangle$. Die zweite Apparatur misst die x -Komponente $\hat{L}_x$. Berechnet die Wahrscheinlichkeiten für die drei Messwerte von $\hat{L}_x$.

Der Absorber A_2 bewirkt nun eine Präparation des Zustandes $|\phi''\rangle = |u_{+x}\rangle$. Berechnet die Wahrscheinlichkeiten für die drei Messwerte von $\hat{L}_z$ bei der dritten Messung und interpretiert das Ergebnis.

Wie ändert sich die Wahrscheinlichkeit für die Messwerte bei der letzten Messung, wenn der Absorber A_2 weggelassen wird. (Berechnet dabei aus den neun bedingten Wahrscheinlichkeiten die drei totalen Wahrscheinlichkeiten.) Bestimmt ausserdem den Erwartungswert.

Aufgabe 12(4 Punkte): Kommutatoren der Leiteroperatoren

Berechnet die folgenden Kommutatoren der Leiteroperatoren des harmonischen Oszillators ($q \geq 1$, ganze Zahl):

(a) $[\hat{b}^q, \hat{N}]$

(b) $[(\hat{b}^+)^q, \hat{N}]$

Hinweise:

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in Dreiergruppen).
- Bestandene Klausur.
- Regelmäßige Teilnahme am Tutorium.

Es wird voraussichtlich insgesamt 11 reguläre Übungsblätter geben.

Übungsblätter werden Dienstag in der Vorlesung ausgegeben und eine Woche später am Ende der Vorlesung eingesammelt.

Zur Erinnerung: die **Vorlesung** findet

- Dienstags 9-10 Uhr, PN 229
- Mittwochs 10-12 Uhr, PN 229

statt.

Literaturtipps zur Lehrveranstaltung (nur eine Auswahl):

- A. Messiah, Quantenmechanik I und II, de Gruyter
- E. Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, Akademische Verlagsges.
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik Band 5 Quantenmechanik, Teil I+II, Springer
- C. Cohen-Tannoudji, Quantenmechanik I+II, de Gruyter

Kontakt: www.itp.physik.tu-berlin.de/lehre/TPIIIa