Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Wolfgang Muschik
Dipl.-Phys. Grigory Bordyugov wwwitp.physik.tu-berlin.de/lehre/TPIa

2. Übungsblatt zur Theoretischen Physik Ia (Mechanik)

Abgabe: Do. 11. Mai 2006 in der Vorlesung

Aufgabe 3 (2 Punkte): *Zur Drehimpulserhaltung*
Bei der Aufstellung des Drehimpulserhaltungssatzes geht man davon aus, daß sich der Koordinatenursprung im Kraftzentrum befindet. Die folgende Aufgabe soll zeigen, daß sich die Größen Drehimpuls und Drehmoment immer auf den Koordinatenursprung beziehen und damit abhängig von der Wahl des Koordinatensystems sind.

3.1 Berechnen Sie für eine Zentralkraft, deren Zentrum nicht im Ursprung, sondern in einem Punkt $\vec{r}_0$ liegt, die Zeitableitung des Drehimpulses einer beliebigen Bewegung. Was fällt an dem Ergebnis auf?

3.2 Die obige Kraft soll nun kugelsymmetrisch sein. Geben Sie für eine gleichförmige Kreisbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit ω um das Kraftzentrum den Drehimpuls an. Für welche Wahl von $\vec{r}_0$ bleibt er erhalten?

Aufgabe 4 (4 Punkte): Runge-Lenz-*Vektor*
Gegeben sei ein Massenpunkt der Masse m, der sich in einem Zentralkraftfeld $\underline{F}(\underline{r}) = -\nabla_{\underline{r}} V(r)$ bewegt. Der Vektor

$$\underline{A} \equiv \underline{v} \times \underline{L} + V(r)\underline{r}$$

werde als verallgemeinerter, zum Potential $V(r)$ gehöriger *Lenz-Vektor* bezeichnet ($\underline{v}$ ist die Geschwindigkeit und $\underline{L}$ ist der Drehimpuls des Teilchens).

4.1 Zeigen Sie, daß für das Potential

$$V(r) = \frac{\alpha}{r} \qquad \text{mit} \quad \alpha \in R\backslash\{0\}$$

der Lenz-Vektor eine Erhaltungsgröße ist.

4.2 Zeigen Sie mit Hilfe des Lenz-Vektors, daß sich die Bahngleichung des Teilchens für $\alpha < 0$ in der Form

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 + \epsilon \cos\varphi}$$

schreiben lässt, wobei φ der Winkel zwischen $\underline{A}$ und $\underline{r}$ ist. Geben Sie die Bahnparameter p und ϵ als Funktion von m, α, L und E an (Hinweis: Betrachten Sie hierzu das Skalarprodukt $\underline{A} \cdot \underline{r}$). Welche anschauliche Bedeutung hat der Lenz-Vektor $\underline{A}$?

Bitte Rückseite beachten!⟶

Aufgabe 5 (4 Punkte): *Anholonome Zwangsbedingungen*
Eine Münze rolle aufrecht stehend über einen Tisch, ohne dabei zu kippen oder zu rutschen. Die Position der Münze ist durch Angabe der Koordinaten (x_1, x_2, x_3) ihres Mittelpunktes, des Winkels ϕ zwischen der x_1-Achse und der Richtung der Münze sowie des Winkels θ zwischen dem Berührpunkt q mit der Platte und einem festen Punkt p auf dem Rand der Münze, gegeben.

5.1 Definieren Sie geeignete Zwangsbedingungen für diese Koordinaten, die **a)** das Verweilen des Mittelpunktes der Münze in einer bestimmten Höhe h über der Platte und **b)** das „Nichtrutschen“ des Berührpunktes q beschreiben. Die zweite Relation ist dabei als Beziehung zwischen der Geschwindigkeit des Mittelpunktes und der Rotation der Münze zu formulieren.

5.2 Drücken Sie die Zwangsbedingungen durch Differentialformen aus.

5.3 Zeigen Sie, dass die „Rutschbedingung“ anholonom ist.

Bitte vergessen Sie nicht, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf das Lösungsblatt zu schreiben!!!